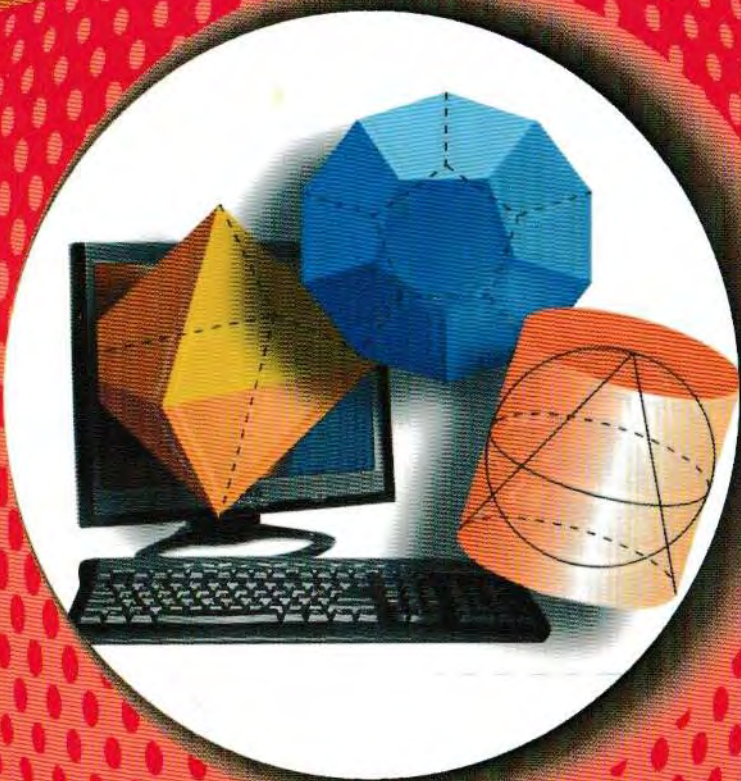


1

Segmentos y Ángulos

Teoría y Práctica

GEOMETRÍA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Rubén Trujillo - Alex Noa

FONDO EDITORIAL
ARODO

1

SEGMENTOS - ÁNGULOS

Teoría y Práctica

GEOMETRÍA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Rubén Trujillo - Noa

FONDO EDITORIAL
AROD



GEOMETRIA

PRESENTACIÓN

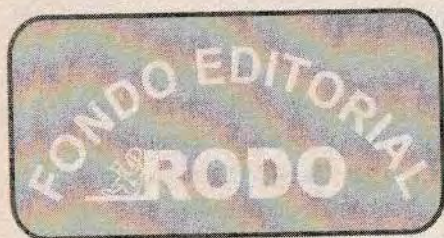
El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2013, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **BOLETINES DE GEOMETRÍA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

SEGMENTOS - ÁNGULOS



GEOMETRÍA - BOLETÍN 01, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © 2012 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 405 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424 - 6350 📠 992 - 796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú
2012 N°: 2012 - 15312

SUPERVISIÓN ACADÉMICA

Equipo Pedagógico de la Editorial

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

En Talleres Gráficos de GRÁFICA DANY de Daniel Alberto Quispe Salcedo

Jr. Rufino Torrico 371 Of. 15 - Lima 01

SEGMENTO

Es una porción de la recta comprendida entre dos puntos de ella a los cuales se les denomina extremos del segmento

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



A y B: Extremos del segmento.

Notación:

$$\text{Segmento } AB \equiv \overline{AB}$$

MEDIDA DE UN SEGMENTO (LONGITUD)

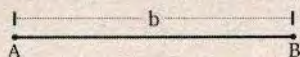
Postulado de la Distancia

Dados dos puntos diferentes, siempre existe un número real positivo único que corresponde a la distancia entre dichos puntos.

Si los puntos mencionados coinciden, el número que corresponde a la distancia entre ellos es cero.

A la distancia entre los extremos de un segmento se le denomina la longitud del segmento; la longitud es la medida del segmento.

En el gráfico:



b: Distancia entre A y B.

Notación:

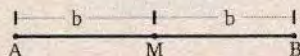
$$\text{Longitud de } \overline{AB} = AB$$

$$\overline{AB} = b$$

PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO

Es el punto que divide al segmento en dos segmentos de igual longitud

Si "M" el punto medio del AB, entonces:



$$\overline{AM} = \overline{MB}$$

$$(M \in \overline{AB})$$

OPERACIONES CON LONGITUDES DE SEGMENTOS

Como a cada segmento le corresponde una medida el cual es un número real positivo; con estas medidas se puede realizar operaciones como por ejemplo:

$$AB + PQ = k_1 \dots\dots\dots (\text{Adición})$$

$$(EF) \cdot (GH) = k_2 \dots\dots\dots (\text{Multiplicación})$$

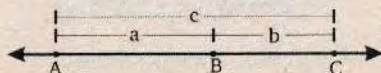
$$MR - TL = k_2 \dots\dots\dots (\text{Sustracción})$$

$$\frac{MN}{TR} = k_4 \dots\dots\dots (\text{División})$$

PUNTOS COLINEALES

Cuando dos o más puntos pertenecen a una misma recta, se dice que estos puntos son colineales.

En la figura A, B y C son colineales, dado que: $A, B, C \in \overleftrightarrow{AC}$



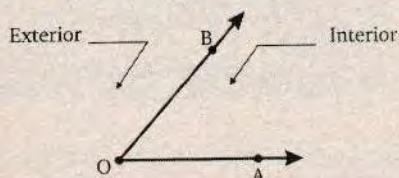
Ahora se observa:

$$AB + BC = AC \rightarrow a + b = c$$

$$AB = AC - BC \rightarrow a = c - b$$

ÁNGULO

Es la reunión de dos rayos, dichos rayos tienen el mismo origen y no están en la misma recta.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Elementos:

O: Vértice del ángulo.

OA y OB: Lados del ángulo.

Notación:

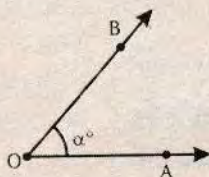
Ángulo AOB $\equiv$ $\angle$ AOB

MEDIDA DE UN ÁNGULO

La medida de un ángulo está dada por la abertura que existe entre sus lados en su interior.

Existen diversos sistemas de medidas angulares; el que normalmente se utiliza en geometría es el sistema sexagesimal; la unidad en este sistema de medida es el grado ($^{\circ}$); cada grado se divide en 60 minutos ($'$) y cada minuto se divide en 60 segundos ($''$).

Se le denomina medida del ángulo al numeral comprendido entre 0 y 180 que indica el número de grados que le corresponde al ángulo.



α : medida del $\angle$ AOB

Notación:

Medida del $\angle$ AOB $\equiv m\angle$ AOB

$$m\angle AOB = \alpha$$

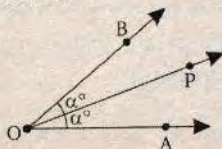
$$0^{\circ} < \alpha < 180^{\circ}$$

NOTA

Hay que resaltar que aquellas figuras llamadas: ángulo nulo, ángulo llano; o ángulo de una vuelta no son ángulos de acuerdo con nuestra definición de ángulo. Aunque tienen importancia en la Trigonometría, no son útiles en Geometría e incluirlos generará excepciones a varios teoremas fundamentales y además contradicciones.

BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

Al rayo interior cuyo origen es vértice del ángulo y forma con sus lados, ángulos de igual medida se le denomina bisectriz.



Si $\overrightarrow{OP}$ la bisectriz del $\angle$ AOB, entonces

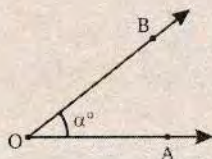
$$m\angle AOP = m\angle POB = \alpha$$

$\overrightarrow{OP}$: Ubicado al interior del $\angle$ AOB

CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS

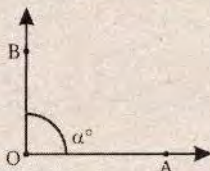
Los ángulos se clasifican teniendo en cuenta su medida.

Ángulo Agudo



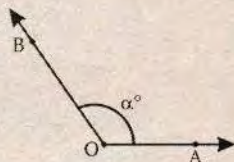
$$0 < \alpha < 90$$

Ángulo Recto



$$\alpha = 90$$

Ángulo Obtuso



$$90 < \alpha < 180$$

OPERACIONES CON LAS MEDIDAS DE LOS ÁNGULOS

Análogamente a los segmentos, a cada ángulo le corresponde un número como medida con la cual se pueden realizar operaciones tales como:

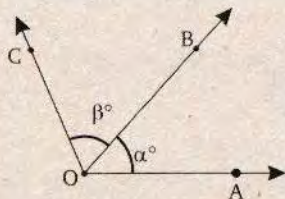
$$m\angle AOB + m\angle PQR = \alpha_1 \dots\dots (\text{Adición})$$

$$(m\angle DOE) (m\angle GTH) = \alpha_3 \dots\dots (\text{Multiplicación})$$

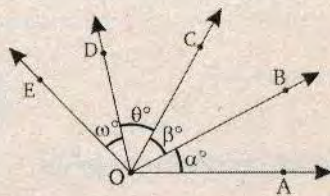
$$m\angle MON - m\angle HTL = \alpha_2 \dots\dots (\text{Sustracción})$$

$$\frac{m\angle LJK}{m\angle TUR} = \alpha_4 \dots\dots (\text{División})$$

ÁNGULOS ADYACENTES Y ÁNGULOS CONSECUTIVOS



$\angle AOB$ y $\angle BOC$ son ángulos adyacentes.



Los ángulos AOB , BOC , COD y DOE son ángulos consecutivos.

CARACTERÍSTICAS

- * Son dos ángulos que comparten el vértice y un lado.
- * Sus interiores son conjuntos disjuntos.

Además:

$$m\angle AOC = m\angle AOB + m\angle BOC$$

$$m\angle AOB = m\angle AOC - m\angle BOC$$

CARACTERÍSTICAS

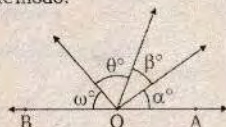
- * Son tres o más ángulos que comparten al vértice.
- * Cada ángulo comparte al menos uno de sus lados con otro y sus interiores son conjuntos disjuntos.

También:

$$m\angle AOE = \alpha + \beta + \theta + \omega$$

NOTA

- * Cuando dos o más ángulos están dispuestos de este modo:

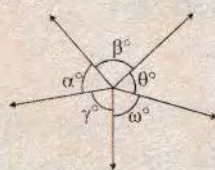


$\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OB}$: Rayos opuestos

Se cumple:

$$\alpha + \beta + \theta + \omega = 180$$

- * Cuando tres o más ángulos están dispuestos de este modo:

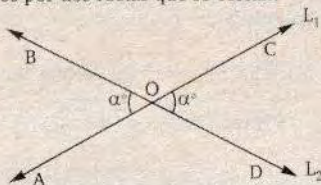


Se cumple:

$$\alpha + \beta + \theta + \omega + \gamma = 360$$

ÁNGULOS OPUESTOS POR EL VÉRTICE

Son pares de ángulos formados por dos rectas que se cortan.



En la figura:

- * $\angle AOB$ y $\angle COD$ son ángulos opuestos por el vértice.
- * $\angle BOC$ y $\angle AOD$ son ángulos opuestos por el vértice.

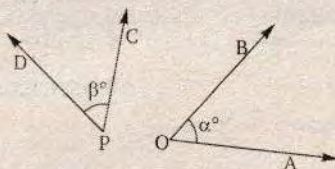
Se cumple:

$$m\angle AOB = m\angle COD$$

$$m\angle BOC = m\angle AOD$$

ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS

Son dos ángulos cuya suma de medidas es 90°



Los ángulos AOB y CPD son complementarios, entonces:

$$\alpha + \beta = 90$$

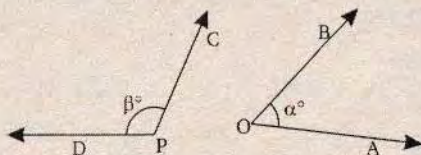
Además:

α : Complemento de β (C_β) $\rightarrow C_\beta = 90 - \beta$

β : Complemento de α (C_α) $\rightarrow C_\alpha = 90 - \alpha$

ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

Son dos ángulos cuyas suma de medidas es 180



Los ángulos AOB y CPD son suplementarios, entonces:

$$\alpha + \beta = 180$$

Además:

α : Suplemento de β (S_β) $\rightarrow S_\beta = 180 - \beta$

β : Suplemento de α (S_α) $\rightarrow S_\alpha = 180 - \alpha$

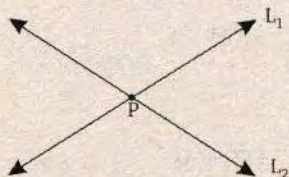
POSICIONES RELATIVAS DE DOS RECTAS EN EL PLANO

Dos rectas en un plano pueden adoptar una de las siguientes posiciones.

RECTAS SECANTES

Se denomina así a las rectas cuya intersección es un punto.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



Si:
 $\overline{L_1} \cap \overline{L_2} = \{P\}$

Entonces:

$\overline{L_1}$ y $\overline{L_2}$ son secantes.

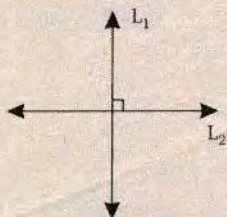
P: Punto de intersección



NOTA

RECTAS PERPENDICULARES. Son dos rectas secantes que forman ángulos rectos.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



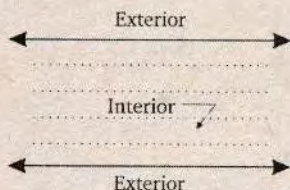
En el gráfico:

$$\overline{L_1} \perp \overline{L_2}$$

$\perp$: "es perpendicular a"

RECTAS PARALELAS

Se denomina así cuando dichas rectas no se intersecan; es decir su intersección es el conjunto vacío

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Si:

$$\overline{L_1} \cap \overline{L_2} = \emptyset$$

($\overline{L_1}$ y $\overline{L_2}$: coplanares)

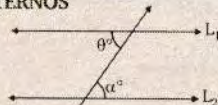
Entonces:

$$\overline{L_1} // \overline{L_2}$$

//: "es paralela a"

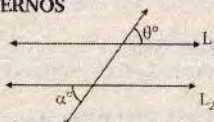
ÁNGULOS FORMADOS POR DOS RECTAS PARALELAS Y UNA SECANTE A ELLAS

Al trazar una recta secante a dos rectas paralelas se determinan ocho ángulos los cuales se clasifican del siguiente modo

A) ÁNGULOS ALTERNOS*** INTERNOS**Si: $\overline{L_1} // \overline{L_2}$

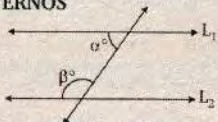
Se cumple:

$$\alpha = \theta$$

*** EXTERNOS**Si: $\overline{L_1} // \overline{L_2}$

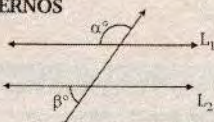
Se cumple:

$$\alpha = \theta$$

B) ÁNGULOS CONJUGADOS*** INTERNOS**Si: $\overline{L_1} // \overline{L_2}$

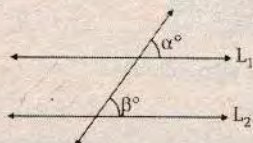
Se cumple:

$$\alpha + \beta = 180$$

*** EXTERNOS**Si: $\overline{L_1} // \overline{L_2}$

Se cumple:

$$\alpha + \beta = 180$$

C) ÁNGULOS CORRESPONDIENTESSi: $\overline{L_1} // \overline{L_2}$

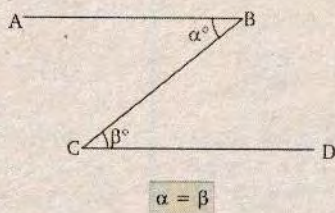
Se cumple:

$$\alpha = \beta$$

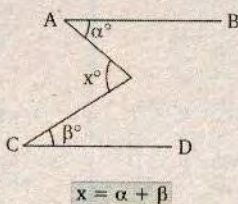
TEOREMAS ADICIONALES

A continuación se muestran algunas figuras que suelen presentarse en los problemas; por lo tanto es bueno conocer la relación que existe entre las medidas de sus ángulos.

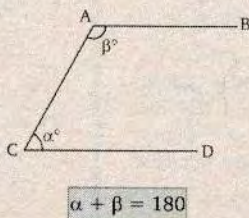
* Si $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



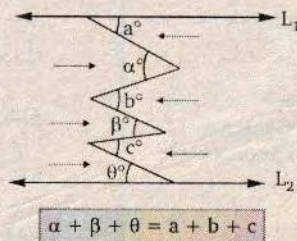
* Si $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



* Si $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



* Si $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$



Esta última propiedad se cumple para cualquier número de lados.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C, D y E tales que $DE=3AB$, $CD=2BC$ y $AC=8$. Calcular BE.

A) 8 B) 12 C) 16
D) 24 E) 32

2. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E tales que $AC+BD+CE=a$ y $BD=b$. calcular AE

A) $\frac{a+b}{2}$ B) $\frac{a-b}{2}$ C) $a-b$
D) $\frac{a+b}{3}$ E) $\frac{a-b}{3}$

3. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E tal que: $CE-AB=26$. Calcular CD, siendo B y D puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BE}$ respectivamente.

A) 6,5 B) 13 C) 10
D) 16 E) 19,5

4. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D tal que $AB+CD=K$. Si M y N son puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ respectivamente, calcular MN.

A) k B) $\frac{k}{2}$ C) $\frac{k}{3}$
D) $\frac{k}{4}$ E) $\frac{2k}{3}$

5. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B y C tal que $AB-BC=12$. Si M es punto medio de $\overline{AC}$, calcular MB.

A) 12 B) 6 C) 3
D) 18 E) 9

6. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B y C tal que $AC=\ell$. Si M es punto medio de $\overline{AC}$, Calcular MC.

A) ℓ B) $\frac{\ell}{2}$ C) $\frac{\ell}{3}$
D) $\frac{\ell}{4}$ E) $\frac{4\ell}{5}$

7. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B y C tal que $AB=a$. Si M y N son puntos medio de $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$, respectivamente, calcular MN.

A) a B) $\frac{a}{3}$ C) $\frac{a}{b}$
D) $\frac{a}{2}$ E) 2a

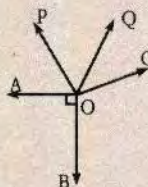
8. En la figura, calcule el valor de X.



A) 100 B) 130 C) 110
D) 140 E) 1208

9. En la figura $\overline{OP}$ y $\overline{OQ}$ trisecan al ángulo AOC y $m\angle BOC=2m\angle POQ$. Calcular $m\angle QOC$.

A) 27
B) 30
C) 45
D) 54
E) 60



10. Si el complemento de un ángulo excede en 40 a la medida de dicho ángulo, ¿Cuánto mide el ángulo?

A) 20 B) 25 C) 30
D) 35 E) 40

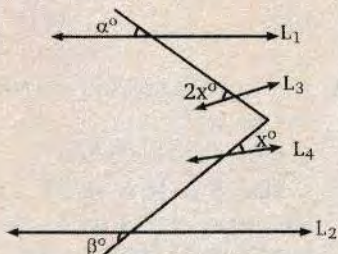
11. La suma entre el complemento de un ángulo y el suplemento del doble del mismo es igual al triple de la medida de dicho ángulo. Calcular la medida del ángulo.

A) 20 B) 30 C) 45
D) 60 E) 70

12. La diferencia entre el suplemento de un ángulo y el complemento del doble del mismo es igual al quíntuplo de la medida de dicho ángulo.

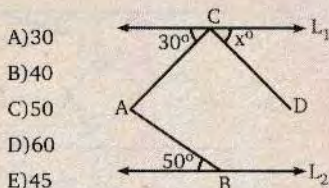
A) 15 B) 22,5 C) 30
D) 35,5 E) 18

13. En la figura, $\overline{L_1} // \overline{L_2}$ y $\overline{L_3} // \overline{L_4}$. Si: $\alpha + \beta = 60$, Calcular el valor de X.



A) 10 B) 20 C) 30
D) 15 E) 25

14. Del gráfico, $\overline{L_1} // \overline{L_2}$ y $\overline{AB} // \overline{CD}$. Calcular el valor de x.



A) 30
B) 40
C) 50
D) 60
E) 45

15. Sean los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD y DOE, cuyas medidas están en la relación de 2, 4, 5 y 7 respectivamente. Si $\angle AOE$ es recto, calcular el complemento del mayor ángulo

A) 35 B) 55 C) 20
D) 70 E) 40

16. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D. Tal que: $2AC = 3CD$ y $3DB - 2AB = 30$. Calcular: BC.

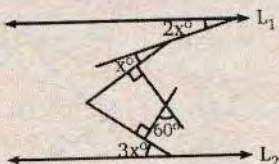
A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 12

17. Si el complemento de un ángulo excede en su triple a la medida de dicho ángulo, calcular el complemento del ángulo.

A) 18 B) 72 C) 20
D) 70 E) 60

18. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular el valor de X.

A) 5
B) 10
C) 15
D) 20
E) 12



19. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D, tales que $AD = 42$ y $AC + BC + 2CD = 70$. Calcular AB

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

20. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D, tales que:

$$\frac{AB}{2} = \frac{BC}{3}, \quad \frac{CD}{4} = \frac{DE}{5}$$

y $15AB + 8DE = 80$. Calcular BD.

A) 4 B) 8 C) 12
D) 10 E) 16

21. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D tales que $CD = AB - 2$ y $BC = AB + 2$. Calcular el mínimo valor entero de AD.

A) 6 B) 7 C) 9
D) 8 E) 10

22. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D tales que: $AB - CD = 22$. Si M y N son puntos medios de $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ respectivamente, calcular MN.

A) 5,5 B) 11 C) 9
D) 16,5 E) 18

23. En una recta se consideran los puntos consecutivos P, Q y R tal que: $QR - PQ = 16$. Si M, N y O son puntos medios de $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$ y $\overline{MN}$ respectivamente, calcular QO.

A) 4 B) 8 C) 12
D) 6 E) 2

24. Se tiene los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD. Calcular la medida del ángulo que determinan las bisectrices de los ángulos BOC y AOD, si $m\angle AOB = 86^\circ$ y $m\angle COD = 36^\circ$.

A) 12,5 B) 25 C) 50
D) 61 E) 30,5

25. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tales que: $m\angle BOC = 36^\circ$. Calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD, si: $m\angle AOD = 3m\angle BOC$.

A) 18 B) 36 C) 54
D) 72 E) 48

26. Sean los ángulos consecutivos AOB y BOC tal que: $m\angle AOB + 2m\angle BOC = 108^\circ$. Calcular la $m\angle MON$, si OM y ON son bisectrices de los ángulos AOB y MOC respectivamente.

A) 9 B) 18 C) 27
D) 54 E) 72

27. Si al doble de la medida de un ángulo se le resta su suplemento resulta la tercera parte de su complemento. Calcular el complemento de dicho ángulo.

A) 10,5 B) 27 C) 39
D) 69 E) 51

28. El complemento de un ángulo excede al suplemento del quintuplo del ángulo en el doble de la medida del mismo ángulo. Calcular la medida del ángulo.

A) 30 B) 36 C) 45
D) 54 E) 60

29. El suplemento del complemento del doble de un ángulo es igual al triple del complemento de dicho ángulo. calcular la medida del ángulo.

A) 18 B) 20 C) 36
D) 40 E) 45

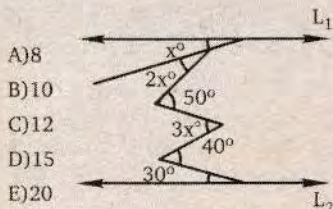
30. La suma entre la medida de un ángulo y el cuadrado de su suplemento es igual al suplemento del doble del complemento del mismo ángulo. Calcular la medida del ángulo

A) 10 B) 9 C) 81
D) 100 E) 49

31. El suplemento de la diferencia del complemento de un ángulo y la medida del mismo es igual a la diferencia entre el suplemento del doble del ángulo y el quintuplo de la medida del mismo ángulo. Calcular la medida del ángulo

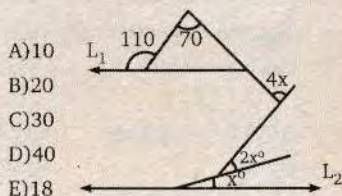
A) 10 B) 15 C) 18
D) 20 E) 30

32. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular el valor de X.



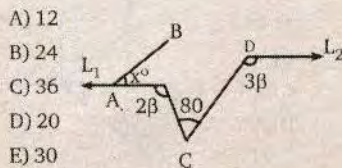
A) 8
B) 10
C) 12
D) 15
E) 20

33. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular el valor de X.



A) 10
B) 20
C) 30
D) 40
E) 18

34. De la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$ y $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. Calcular el valor de X.



A) 12
B) 24
C) 36
D) 20
E) 30

35. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D tales que $BC = AB + 2$ y $CD = AB - 4$. Calcular AD, cuando AB Toma su mínimo valor entero.

A) 11 B) 13 C) 15
D) 18 E) 12

36. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, P, B, Q y C, tal que $AB + QC - AP = 4$. Si P y Q son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{PC}$ respectivamente, calcular AQ.

A) 2 B) 4 C) 3
D) 6 E) 8

37. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tal que:

$$m\angle AOC + m\angle BOD = 140^\circ \text{ y}$$

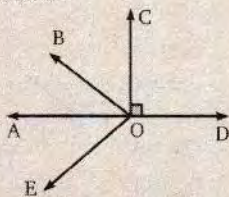
$$m\angle AOB + m\angle COD = 60^\circ.$$

Calcular $m\angle AOD$.

A) 80 B) 100 C) 70
D) 120 E) 50

38. Del gráfico, $m\angle BOE = 100^\circ$ y $m\angle DOE - m\angle BOC = 50^\circ$.
Calcular $m\angle AOE$.

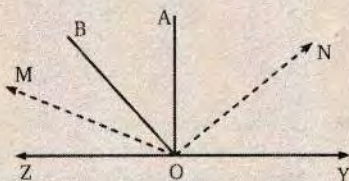
A) 40
B) 50
C) 60
D) 70
E) 80



39. En una recta L se considera el punto O y hacia un mismo lado del dicha recta se trazan n ángulos consecutivos con vértice común en O. Si la suma de sus complementos es 1170, calcular el valor de n.

A) 12 B) 8 C) 10
D) 15 E) 18

40. En la figura, $m\angle MON = 120^\circ$, $\overline{OM}$ es la bisectriz del ángulo ZOB; $\overline{ON}$ es la bisectriz del ángulo AOY. Calcular la $m\angle AOB$.



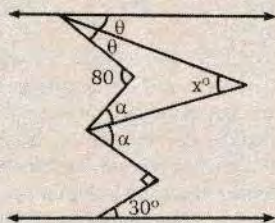
A) 45 B) 60 C) 75
D) 90 E) 30

41. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tal que OM y ON son bisectrices de los ángulos AOB y COD respectivamente.

$$\text{Si } m\angle COD - m\angle AOB = 50^\circ \text{ y } m\angle MON = 130^\circ. \text{ Calcular la } m\angle BOD.$$

A) 105 B) 135 C) 155
D) 175 E) 125

42. En La figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular el valor de X.



A) 5 B) 10 C) 15
D) 20 E) 30

43. Se tienen dos ángulos complementarios. Si al complemento de uno de ellos se le aumenta el suplemento del complemento del triple del otro resulta 260. calcular la medida del mayor ellos.

A) 30 B) 40 C) 50
D) 60 E) 45

44. La suma entre el complemento de la tercera parte de un ángulo y un noveno de la medida del mismo ángulo excede al suplemento del ángulo doble en 38. calcular la medida del ángulo.

A) 18 B) 36 C) 72
D) 15 E) 30

45. En una recta se ubican los puntos A, B, C y D tal que C es un punto medio de BD. Si $AB^2 + AD^2 = 18$.

Calcular $AC^2 + BC^2$.

A) 4,5 B) 9 C) 13,5
D) 18 E) 36

46. En una recta se ubican los puntos A, B, C y D. Si $XAB \cdot CD = 2AD \cdot BC$ y

$$\frac{2}{AB} + \frac{X}{AD} = \frac{7}{AC} \text{ calcular el valor de X.}$$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 2 E) 7

47. Le tienen dos ángulos cuyas medidas suman 96. Calcular la razón de las medidas de los ángulos si el complemento del primero es igual a 13 veces el complemento del segundo.

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{1}{7}$
D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{3}{5}$

48. Se tienen dos ángulos complementarios tal que el complemento de uno de ellos es media proporcional entre el complemento y suplemento del otro. Calcular el complemento de la tercera parte del menor ángulo.

A) 30 B) 60 C) 80
D) 10 E) 20

49. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E tales que : $7BD = 3AE$ y $AC + BC + CD + CE = 240$. Calcular AE.

A) 162 B) 164 C) 81
D) 84 E) 168

50. En una recta se ubican los puntos P, Q, R, S y T tal que :

$$QS + PR + QT + PS + RT = (TP)(QS).$$

$$\text{Calcular: } \frac{1}{TP} + \frac{1}{QS}.$$

A) $\frac{1}{3}$ B) 3 C) 2

D) 0,5 E) $\frac{1}{6}$

51. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D tales que:

$$2AB \times CD = 3BC \times AD \text{ y } \frac{3}{AB} + \frac{2}{AD} = 5$$

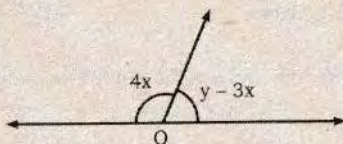
Calcular AC.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 2,5 E) 5

52. Le tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tales que la $m\angle BOC$ excede a la $m\angle AOB$ en 60 y la $m\angle COD$ excede a la $m\angle AOB$ en 30. Luego se trazan los bisectrices: $\overline{OM}$, $\overline{ON}$, $\overline{OQ}$, $\overline{OE}$ y $\overline{OF}$ de los ángulos AOB, BOC, COD, MON y NOQ respectivamente. Calcular:
 $m\angle BOE - m\angle COF$.

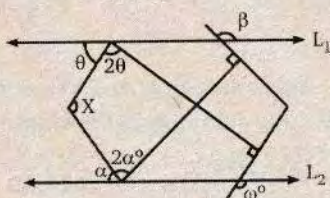
A) 20 B) 10 C) 15
D) 7,5 E) 12,5

53. Del gráfico, calcular el máximo valor entero de X.



A) 59 B) 60 C) 44
D) 61 E) 46

54. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Si $\beta + \omega = 240^\circ$, calcular el valor de X.



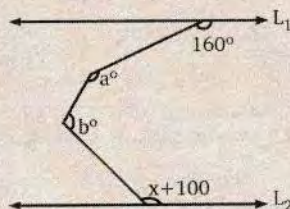
A) 110 B) 60 C) 80
D) 100 E) 120

55. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD.

Si: $m\angle AOB - m\angle COD = 40$ y $m\angle POQ = 26$, donde OP y OQ son bisectrices de los ángulos AOC y BOD respectivamente. Calcular $m\angle AOB$.

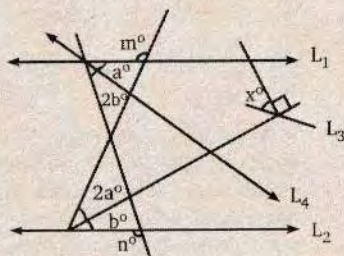
A) 36 B) 46 C) 53
D) 33 E) 42

56. En la figura, $a + b = 260$. Calcular el valor de x, si $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$.



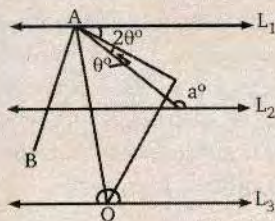
A) 10 B) 20 C) 30
D) 15 E) 25

57. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$ y $\overline{L_3} \parallel \overline{L_4}$. Si: $m + n = 240$, calcular el valor de X.



A) 20 B) 30 C) 40
D) 50 E) 60

58. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2} \parallel \overline{L_3}$ y $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$ si $a + b = 210$, calcular $m\angle PAB$.



- A) 60 B) 80 C) 100
D) 120 E) 120

59. Dados los puntos colineales y consecutivos A, B, C, D, E y F; si

$$\frac{AC}{BC} + \frac{BC}{CD} + \frac{CD}{DE} + \frac{DE}{EF} = m.$$

calcule: $\frac{AB}{BC} + \frac{BC}{CD} + \frac{CD}{DE} + \frac{DE}{EF}$

- A) $m-4$ B) m C) $m-1$
D) $m+2$ E) $m-3$

60. En una recta se ubica los puntos consecutivos A, B, C y D de modo que B es punto medio de AD. Calcule CD, si se cumple que $(AC)(AD) = 16$ y

$$\frac{2}{AC} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{2CD}$$

- A) 2 B) 3 C) 4,5
D) 5 E) 6

61. En una recta se ubica los puntos A, B, C, D, E, y F tal que: $AC = CE = EF$ y

$$2(BC) = 3(DE). \text{ Calcule: } \frac{(BE)^2 - (AB)^2}{(DF)^2 - (CD)^2}$$

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{9}{4}$
D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

62. En una recta se ubica los puntos consecutivos A, B, C, D, E, F, G y H de modo que B, E y F son los puntos medios de $\overline{AD}$, $\overline{CG}$ y $\overline{DH}$ respectivamente y $\frac{BE}{EF} = k$. Calcule $\frac{AC + DG}{CD + GH}$

- A) K B) $\frac{K}{2}$ C) $\frac{1}{K}$
D) $\frac{K}{3}$ E) $\frac{2}{K}$

63. En una recta están situados en forma consecutiva los puntos P, Q, R y S de modo que $\frac{PQ}{PS} = \frac{QR}{RS}$

luego se ubica los puntos medios M y N de PR y QS respectivamente calcule MN si $PM = a$ y $NS = b$.

- A) $\sqrt{AB}$ B) $\frac{ab}{a+b}$ C) $\sqrt{a^2 + b^2}$
D) $\frac{2ab}{a+b}$ E) $\frac{a+b}{2}$

64. En una línea recta, se ubican los puntos consecutivos A, B y C, tal que $2(AC) = 3(AB)$ y $BC = 6$. Calcular AC.

- A) 20 B) 18 C) 14
D) 12 E) 16

65. El suplemento de la diferencia entre el suplemento y el complemento del complemento de un ángulo es igual al complemento de la diferencia entre el complemento del complemento y suplemento del mismo ángulo. Calcule el suplemento del doble ángulo.

- A) 56° B) 45° C) 55°
D) 70° E) 60°

66. En una recta se ubican los puntos A, B, C y D tal que $AB=1$ y $BD=2$. Si los segmentos AB, BC y CD son los lados de un triángulo, calcule el valor entero de BC.

A) 3 B) 4 C) 2
D) 1 E) 6

67. En una línea recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D, tal que

$$4(AB)(CD) = (BC)(AD) \text{ y } \frac{1}{10} = \frac{4}{AD} + \frac{1}{AB}.$$

Calcule AC.

A) 40 B) 30 C) 50
D) 45 E) 60

68. En una recta se ubican los puntos A, B, C y D, tal que C es un punto medio de $\overline{BD}$.

Si: $4(AB)(AD) = 28 - (BD)^2$, calcule AC.

A) $\sqrt{3}$ B) $\sqrt{5}$ C) $\sqrt{7}$
D) 3 E) $\sqrt{11}$

69. Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D, E, tal que $AC=CE$, $AB+CD=16$ y $DE-BC=4$. Calcule CD

A) 12 B) 10 C) 8
D) 6 E) 4

70. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tal que $m\angle AOD = 80^\circ$. Calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices OM y ON de los ángulos AOC y BOD respectivamente, sabiendo que M y N pertenecen a la región interior del ángulo BOC y $m\angle BOM + m\angle CON = 20^\circ$.

A) 40° B) 30° C) 25°
D) 20° E) 10°

71. Sean los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tal que:

$m\angle AOC - m\angle BOD = 10^\circ$, luego se traza las bisectrices OM y ON de los ángulos AOB y COD respectivamente. Calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOM y CON
 $\text{si } m\angle MON = 100^\circ$.

A) $112^\circ 30'$ B) $100^\circ 30'$ C) $106^\circ 30'$
D) 105° E) $102^\circ 30'$

72. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD de modo que la $m\angle BOC$ excede a la $m\angle AOB$ en 40° y la $m\angle COD$ excede a la $m\angle AOB$ en 20° . Luego se traza las bisectrices OM, ON, OQ, OE y OF de los ángulos AOB, BOC, COD, MON y NOQ respectivamente. Calcule la $m\angle BOE - m\angle COF$.

A) 10° B) 15° C) 5°
D) 18° E) 25°

73. ¿En cuánto excede el suplemento de la suma del suplemento del complemento de un ángulo con la tercera parte del complemento del triple de dicho ángulo, a la diferencia del complemento de otro ángulo con la quinta parte del suplemento del quíntuplo de dicho ángulo?

A) 8° B) 3° C) 12°
D) 6° E) 5°

74. En una recta se ubica los puntos consecutivos A, B, C, D y E de modo que $BD + AC + BE + AD + CE = (AE)(BD)$.

Calcule: $\frac{1}{AE} + \frac{1}{BD}$

A) $\frac{1}{3}$ B) 3 C) $\frac{1}{2}$
D) 2 E) $\frac{1}{6}$

75. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD, y DOE, tal que $m\angle COE = m\angle BOC + m\angle BOD = 90^\circ$, $m\angle AOB = 20^\circ$, $m\angle BOD = m\angle DOE$. Calcule $m\angle AOC$.

A) 48° B) 50° C) 52°
D) 54° E) 58°

76. Por un punto se traza rayos coplanares que forman n ángulos congruentes, además la medida del ángulo formado por el primer y último rayo es θ . ¿para qué valor de n la medida del ángulo formado por el noveno rayo y la recta paralela a la bisectriz del ángulo formado por el cuarto y quinto rayo es $0,3\theta$?

A) 10 B) 15 C) 9
D) 18 E) 30

77. Se tiene los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tal que la $m\angle AOB = 18^\circ$ y la $m\angle COD = 24^\circ$. Calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOC y BOD.

A) 6° B) 12° C) 21°
D) 25° E) 33°

78. Se presentan los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tal que los ángulos AOB y COD son complementos. Calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOC y BOD.

A) 30° B) 40° C) 50°
D) 45° E) 35°

79. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D de modo que M y N son puntos medios de AC y BD respectivamente. Calcule la distancia entre los puntos medios de BM y NC, si $AC + BD = \ell$

A) ℓ B) $\frac{\ell}{4}$ C) $\frac{3\ell}{2}$
D) $\frac{4\ell}{3}$ E) $\frac{\ell}{3}$

80. Dados los ángulos consecutivos AOB y BOC, tal que $m\angle AOC < 90^\circ$, con centro en "O", se hace girar los ángulos una medida de 90° , de modo que las nuevas posiciones de A, B y C son A', B' y C' y $m\angle AOC = \beta$. Si OM es bisectriz de ángulo COA', calcule $m\angle C'OM$.

A) $45^\circ - \frac{\beta}{2}$ B) $30^\circ + \frac{\beta}{2}$ C) $45^\circ + \frac{\beta}{2}$
D) $60^\circ - \frac{\beta}{2}$ E) $30^\circ - \frac{\beta}{2}$

81. En una recta se ubica los puntos consecutivos A, B, C, E, F, G, ..., y así sucesivamente, tal que

$$AB = \frac{1}{3}, BC = \frac{1}{15}, CD = \frac{1}{35}, DE = \frac{1}{63},$$

$$EF = \frac{1}{99}, \dots\dots\dots$$

Calcule la suma limite de las longitudes de los segmentos dados.

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{10}$
D) $\frac{1}{5}$ E) 1

82. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tal que:

$$2(m\angle BOD) + 2(m\angle COD) = 3m\angle BOC.$$

Si $m\angle AOB = \alpha$ y $m\angle AOC = \beta$, calcule $m\angle AOD$.

- A) $\frac{5\beta + \alpha}{2}$ B) $\frac{5(\beta + \alpha)}{4}$ C) $\frac{4(\beta + \alpha)}{3}$
D) $\frac{5\beta - \alpha}{4}$ E) $\frac{4\beta - \alpha}{3}$

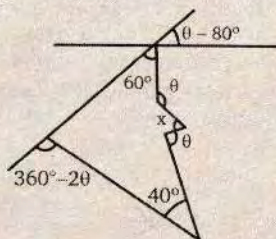
83. Dados en un plano, los rayos consecutivos $OP_1, OP_2, OP_3, \dots$, OP_{16} de modo que se forme ángulos consecutivos y congruentes; si el ángulo $P_1 O P_{16}$ es agudo, calcule el máximo valor entero del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos $P_2 O P_3$ y $P_{11} O P_{12}$.

- A) 73° B) 53° C) 17°
D) 36° E) 71°

84. Se tiene un segmento AB de longitud n unidades. A partir de éste se obtiene n segmentos de la siguiente manera: el primero es AB de longitud n unidades, el segundo de longitud igual la mitad del primero, el tercero de longitud igual a la mitad del segundo, el cuarto de longitud igual a la mitad del tercero y así sucesivamente. luego se toma la enésima parte de cada una de dichas longitudes y se suma sus resultados. ¿Cuál es su suma?

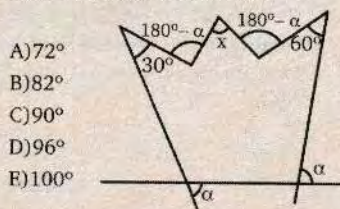
- A) $\frac{2^{n+1}}{2^n - 1}$ B) $\frac{2^n - 1}{2^{n-1}}$ C) $\frac{2^{n+1}}{2^{n-1}}$
D) $\frac{2^n}{2^{n-1} - 1}$ E) $\frac{2^{n-1}}{2^{n+1}}$

85. según la figura, calcule X.



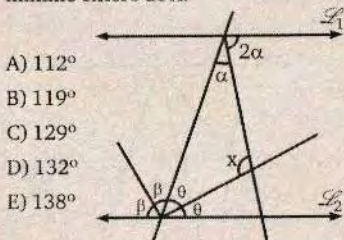
- A) 70° B) 80° C) 90°
D) 100° E) 110°

86. Según la figura, calcule X.



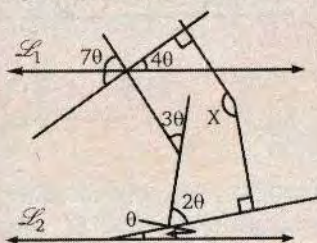
- A) 72°
B) 82°
C) 90°
D) 96°
E) 100°

87. Según la figura $2\alpha - \beta > 38^\circ$. Calcule el mínimo entero de X.



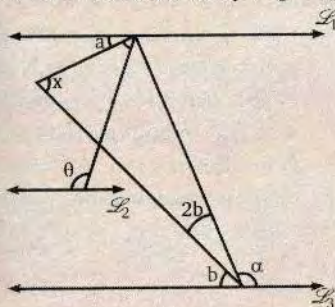
- A) 112°
B) 119°
C) 129°
D) 132°
E) 138°

88. Según el gráfico, calcule x si $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$



- A) 100° B) 120° C) 140°
D) 150° E) 135°

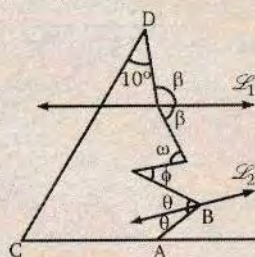
89. De la figura, $\alpha + \theta < 238^\circ$. Calcule el mínimo entero de X, si $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2} \parallel \overline{L_3}$



- A) 37° B) 38° C) 39°
D) 40° E) 41°

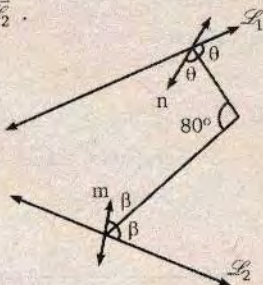
90. En el gráfico $AB \parallel CD$ y $\omega - \phi = 42^\circ$, calcule la medida del ángulo formado por $\overline{L_1}$ y $\overline{L_2}$

- A) 16°
B) 26°
C) 18°
D) 8°
E) 8°

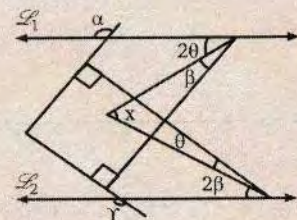


91. Según la figura, $\overline{m} \parallel \overline{n}$. Calcule la medida del ángulo que forman $\overline{L_1}$ y $\overline{L_2}$.

- A) 30°
B) 25°
C) 20°
D) 18°
E) 15°

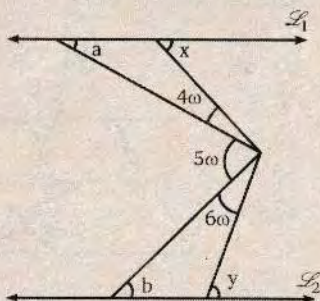


92. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$ y $\alpha + \gamma = 252^\circ$ calcule X.



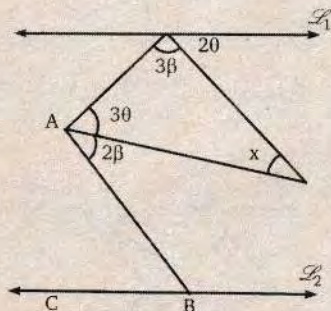
- A) 52° B) 45° C) 82°
D) 48° E) 62°

93. En la figura
- $\overline{\mathcal{L}}_1 \parallel \overline{\mathcal{L}}_2$
- .

Si $a+b=40^\circ$, calcule $x+y$.

- A) 105° B) 110° C) 115°
 D) 120° E) 128°

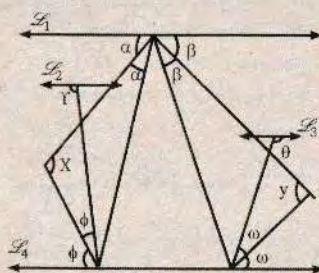
94. En el gráfico
- $\overline{\mathcal{L}}_1 \parallel \overline{\mathcal{L}}_2$
- y el ángulo ABC es agudo, calcule el mínimo valor entero de X.



- A) 20° B) 21° C) 22°
 D) 18° E) 19°

95. Según el gráfico, calcule
- $x+y$
- . Si

$$\alpha - \beta = 0 - \gamma = 10^\circ \text{ y } \overline{\mathcal{L}}_1 \parallel \overline{\mathcal{L}}_2 \parallel \overline{\mathcal{L}}_3 \parallel \overline{\mathcal{L}}_4$$



- A) 20° B) 30° C) 25°
 D) 15° E) 35°

96. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tales que
- $m\angle AOB = m\angle BOD$
- y
- $m\angle AOC - m\angle COD = 70$
- . Calcular
- $m\angle BOC$
- .

- A) 20 B) 32 C) 35
 D) 40 E) 17,5

97. Se tienen los ángulos adyacentes AOB y BOC de modo que
- $m\angle AOB = 64^\circ$
- , se trazan las bisectrices OM y ON de los ángulos AOB y BOC respectivamente. si el ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AON y MOC mide
- 35°
- . calcular la medida del ángulo BOC

- A) 75° B) 74° C) 76°
 D) 66° E) 56°

98. Sean los ángulos adyacentes suplementarios AOB y BOC ; se trazan los rayos OX y OY bisectrices de los ángulos AOB y BOC; además se trazan los rayos OP y OQ con la condición:

$$\frac{m\angle AOP}{m\angle POY} = \frac{1}{2} ; \frac{m\angle COQ}{m\angle QOX} = \frac{1}{2}$$

calcular la media del ángulo que forman las bisectrices de los ángulos XOY y POQ, si además se cumple que:
 $m\angle AOB - m\angle BOC = 72^\circ$

- A) 10° B) 11° C) 12°
 D) 13° E) 14°

99. Se tienen los ángulos adyacentes suplementarios; AOB y AOC, se traza $\vec{OX}$ con la condición: $\frac{m\angle COX}{m\angle XOB} = \frac{1}{n}$;

luego se traza $\vec{OY}$ con la condición:

$$\frac{m\angle AOY}{m\angle YOY} = \frac{1}{n}$$

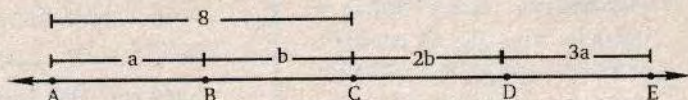
Luego se trazan $\vec{OP}$ y $\vec{OQ}$ bisectrices a los ángulos COY y AOX.

Calcular: $m\angle POQ$.

- A) $90^\circ n$ B) $\frac{180^\circ}{n+1}$
 C) $\frac{90^\circ}{n+1}$
 D) $\frac{90^\circ}{n}$ E) $180^\circ(n+1)$

100. Se tienen los ángulos consecutivos AOB y BOC de tal manera que $m\angle AOC = 80^\circ$. Calcular la medida del ángulo MON, siendo el rayo OM bisectriz del ángulo AOY, el rayo OY es la bisectriz del ángulo BOC, además el rayo ON es la bisectriz del ángulo XOC, siendo el rayo OX la bisectriz del ángulo AOB.

- A) 50° B) 20° C) 40°
 D) 30° E) 10°

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:**

Piden : BE

Sean : $AB = a \wedge BC = b$

Por dato : $DE = 3AB \Rightarrow DE = 3a \wedge$

$$CD = 2BC \Rightarrow CD = 2b$$

También : $AC = 8 \Rightarrow a + b = 8$

Del gráfico : $BE = b + 2b + 3a$

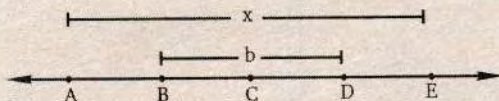
$$\Rightarrow BE = \underbrace{3(a + b)}_8$$

$$\therefore x = 24$$

Rpta.: D

Resolución 2:

Piden : AE = x



Del dato : $AC + BD + CE = a$

$$\Rightarrow \underbrace{AC + CE} + BD = a$$

$$\Rightarrow x + b = a$$

$$\therefore x = a - b$$

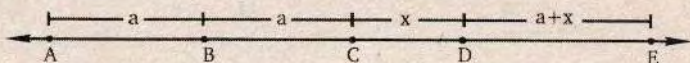
Rpta.: C

SEGMENTOS - ÁNGULOS

Resolución 3:

Piden :

$CD = x$



Sea :

$AB = a$

$\Rightarrow BC = a$

Pues B es punto medio de $\overline{AC}$ y $\overline{DE} = a+x$,Pues D es punto medio de $\overline{BE}$.

Por dato :

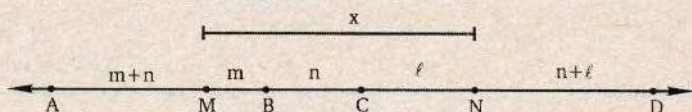
$CE - AB = 26$

$\Rightarrow (2x + a) - a = 26$

$\therefore x = 13$

Rpta.: B

Resolución 4:



Sea :

$MB = m, BC = n \wedge CN = l$

$\Rightarrow AM = m+n \wedge ND = n+l,$

Pues M y N son puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$, respectivamente.

Piden :

$x = m+n+l$

Por dato :

$AB + CD = k$

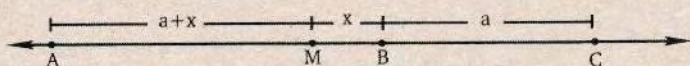
$\Rightarrow (m+n+m) + (l+n+l) = k$

$$2 \underbrace{(m+n+l)}_x = k$$

$$\therefore x = \frac{k}{2}$$

Rpta.: B

Resolución 5:



Piden : $MB = x$

Sea : $BC = a$, entonces $AM = a + x$

Pues M es punto medio de $\overline{AC}$.

Por dato : $AB - BC = 12$

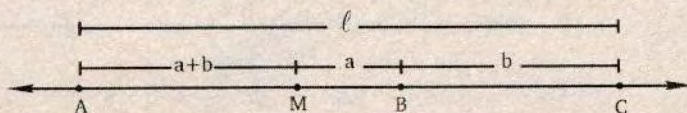
$$\Rightarrow (a + x + x) - a = 12$$

$$2x = 12$$

$$\therefore x = 6$$

Rpta.: B

Resolución 6:



Sea : $MB = a \wedge BC = b$, entonces :

$$AM = a + b,$$

Pues M es punto medio de $\overline{AC}$.

Piden : $MC = a + b$

Por dato : $AC = \ell$

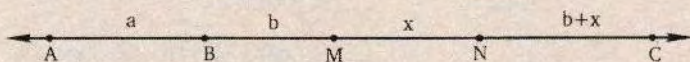
$$\Rightarrow (a + b) + a + b = \ell$$

$$2(a + b) = \ell$$

$$\therefore a + b = \frac{\ell}{2}$$

Rpta.: B

Resolución 7:



Por dato : $AB = a$

Sea : $BM = b \wedge MN = x$

$$\Rightarrow BN = NC = b + x,$$

Pues N es punto medio de $\overline{BC}$

Luego, M es punto medio $\overline{AC}$

$$\Rightarrow AM = MC$$

$$a + b = x + (b + x)$$

$$\therefore \frac{a}{2} = x$$

Rpta.: D

Resolución 8:

Del gráfico, se observa que:

$$2w + 80 + 2\beta = 180$$

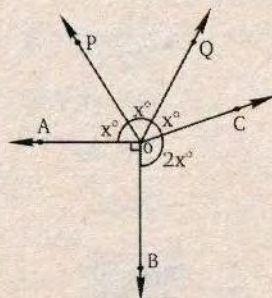
$$\Rightarrow w + \beta = 50$$

Piden : $x = w + \beta + 80$

$$\therefore x = 130$$

Rpta.: B

Resolución 9:



Piden : $m\angle QOC = x$

$$\Rightarrow m\angle AOP = m\angle POQ = m\angle QOC = x,$$

Pues $\overline{OP}$ y $\overline{OQ}$ trisecan al $\angle AOC$

Del dato : $m\angle BOC = \underbrace{2m\angle POQ}_x$

$$\Rightarrow m\angle BOC = 2x$$

En O : $5x + 90 = 360$

$$\therefore x = 54$$

Rpta.: D

Resolución 10: Sea x la medida del ángulo:

$$\Rightarrow C_x - 40 = x$$

$$90 - x - 40 = x$$

$$50 = 2x$$

$$\therefore 25 = x$$

Rpta.: B

Resolución 11: Sea x , la medida del ángulo:

$$\Rightarrow C_x + S_{(2x)} = 3x$$

$$(90 - x) + (180 - 2x) = 3x$$

$$270 = 6x$$

$$\therefore 45 = x$$

Rpta.: C

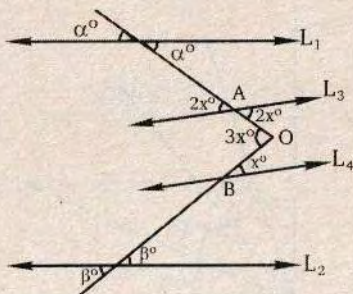
Resolución 12: Sea x , la medida de ángulo:

Entonces:

$$\begin{aligned} Sx - C_{2x} &= 5x \\ \Rightarrow 180 - x - (90 - 2x) &= 5x \\ \Rightarrow 90 + x &= 5x \\ \Rightarrow 22,5 &= x \end{aligned}$$

Rpta.: B

Resolución 13:



Piden: " x "

Del gráfico: $\overline{L_3} \parallel \overline{L_4} \Rightarrow m\angle AOB = 3x$

En forma análoga: $3x = \alpha + \beta$, pues $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$

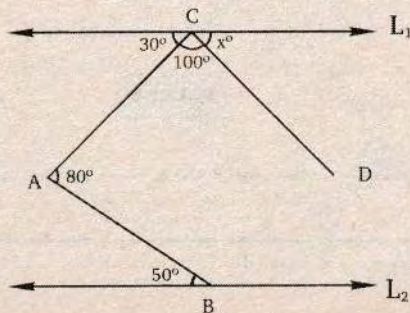
Por dato: $\alpha + \beta = 60$

$$\Rightarrow 3x = 60$$

$$\therefore x = 20$$

Rpta.: B

Resolución 14:



Piden : x

Por propiedad Σ : $m\angle CAB = 30 + 50 = 80$, Entonces

$$m\angle ACD = 100, \text{ pues } \overline{AB} \parallel \overline{CD}$$

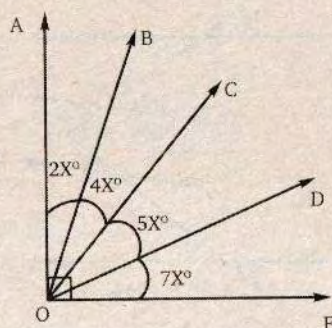
Donde : $m\angle CAB + m\angle ACD = 180$

luego, en C: $30 + 100 + x = 180$

$$\therefore x = 50$$

Rpta.: C

Resolución 15:



Por dato:

$$m\angle AOB = 2X, m\angle BOC = 4X, m\angle COD = 5x$$

$$\text{y } m\angle DOE = 7X$$

Piden : $C_{(7X)}$

$$\text{Luego : } 2X + 4X + 5X + 7X = 90$$

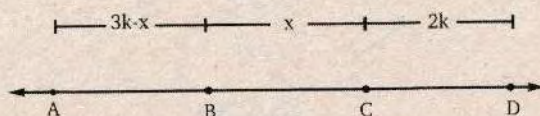
$$\Rightarrow 18x = 90$$

$$x = 5 \rightarrow 7x = 35$$

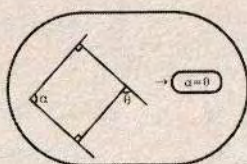
$$\therefore C_{(7x)} = C_{(35)} = 55$$

Rpta.: B

Resolución 16:



Teorema



*Piden: "x"

 $\Rightarrow$ Por teorema:

$$m\angle ABC = 60$$

Luego:

Por D se traza $\overline{L_3} \parallel \overline{L_1}$

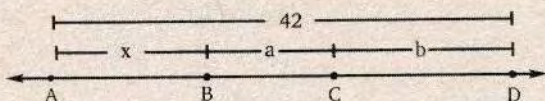
$$\Rightarrow m\angle EDF = 2x$$

Por teorema Σ :

$$(\overline{L_3} \parallel \overline{L_2})$$

$$\Rightarrow 3x + 3x = 60$$

$$\therefore x = 10$$

Rpta.: B**Resolución 19:**

Dato: $AC + BC + 2CD = 70$

En el gráfico: $x + a + a + 2b = 70$

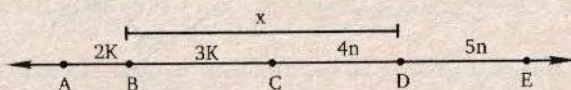
$$x + 2(a + b) = 70 \quad \dots\dots(I)$$

Pero: $a + b = 42 - x \quad \dots\dots(II)$

Reemplazando (II) en (I):

$$x + 2(42 - x) = 70$$

$$\therefore x = 14$$

Rpta.: C**Resolución 20:**

Sea : $BD = x$

Por Dato : $\frac{AB}{2} = \frac{BC}{3} = k \Rightarrow AB = 2k \wedge BC = 3k$

$$\frac{CD}{4} = \frac{DE}{5} = n \Rightarrow CD = 4n \wedge DE = 5n$$

También : $15AB + 8DE = 80$

$$\Rightarrow 15(2k) + 8(5n) = 80$$

$$30k + 40n = 80$$

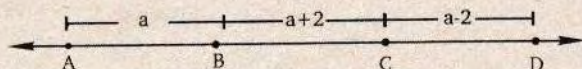
$$3k + 4n = 8$$

Del gráfico : $x = 3k + 4n$

$$\therefore x = 8$$

Rpta.: B

Resolución 21:



Sea : $AB = a$

Por Dato : $CD = AB - 2 \Rightarrow CD = a - 2$

$$BC = AB + 2 \Rightarrow BC = a + 2$$

$$\Rightarrow AD = a + (a + 2) + (a - 2) = 3a \dots\dots (I)$$

Del gráfico : $CD = a - 2 > 0$

$$\Rightarrow a > 2$$

$$(x3) \dots\dots\dots \Rightarrow 3a > 6 \dots\dots II$$

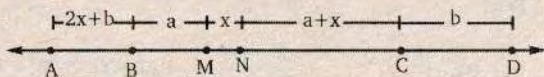
(I) en (II) : $\Rightarrow AD > 6$

Sabemos AD es mínimo y entero:

$$\therefore AD = 7$$

Rpta.: B

Resolución 22:



Piden : $MN = x$

Sean : $BM = a$ y $CD = b$

N es punto medio de $\overline{BC}$,

Entonces : $NC = BN = a + x$

M es punto medio de $\overline{AD}$,

Entonces : $AM = MD = 2x + a + b$

$$\Rightarrow AB = 2x + b$$

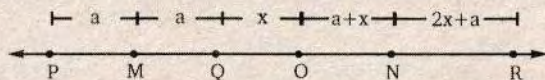
Por dato : $\overline{AB} - \overline{CD} = 22$

$$\Rightarrow 2x + b - (b) = 22$$

$$\therefore x = 11$$

Rpta.: B

Resolución 23:



Piden : $QO = x$

Sea : $PM = a$

Luego por dato:

M es punto medio de $\overline{PQ} \Rightarrow MQ = a$

O es punto medio de $\overline{MN} \Rightarrow ON = a + x$

N es punto medio de $\overline{QR} \Rightarrow QN = NR = 2x + a$

Además : $QR - PQ = 16$

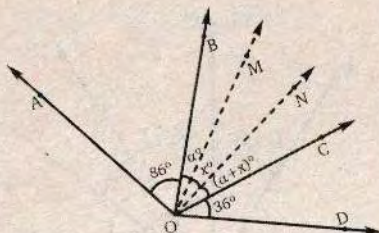
$$\Rightarrow (x + a + x + 2x + a) - 2a = 16$$

$$\Rightarrow 4x = 16$$

$$\therefore x = 4$$

Rpta.: A

Resolución 24:



Piden : $m\angle MON = x$

lea : $m\angle BOM = \alpha \Rightarrow m\angle NOC = \alpha + x$,

Pues $\overline{ON}$ es bisectriz del $\angle BOC$.

Luego, $\overline{OM}$ es bisectriz del $\angle AOD$

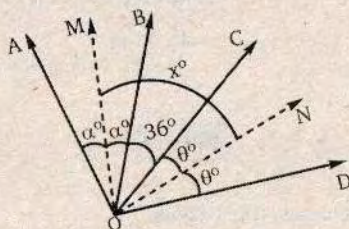
$$\Rightarrow 86 + \alpha = x + (\alpha + x) + 36$$

$$50 = 2x$$

$$\therefore 25 = x$$

Rpta.: B

Resolución 25:



Piden : $m\angle MON = x$

Sean : $m\angle AOM = \alpha$ y $m\angle DON = \theta$;

Pues : $m\angle BOM = \alpha$ y $m\angle CON = \theta$;

Pues : $\overline{OM}$ y $\overline{ON}$ son bisectrices.

Del dato : $m\angle AOD = 3 \underbrace{m\angle BOC}_{36}$

$$\Rightarrow 2\alpha + 36 + 2\theta = 108$$

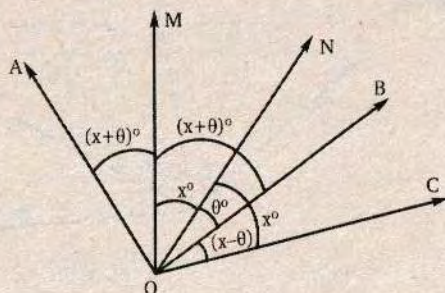
$$\Rightarrow \alpha + \theta = 36$$

Luego : $x = \frac{\alpha + \theta}{36} + 36$

$$\therefore x = 72$$

Rpta.: D

Resolución 26:



Piden : $m\angle MON = x$

Sea : $m\angle NOB = \theta$

Por dato : $\overline{OM}$ y $\overline{ON}$ son bisectrices

$$\Rightarrow m\angle AOM = m\angle MOB = x + \theta \wedge$$

$$m\angle MON = m\angle NOC = x$$

Del gráfico : $m\angle BOC = x - \theta$

Por Dato : $m\angle AOB + 2m\angle BOC = 108$

$$\Rightarrow (X + \theta + X + \theta) + 2(x - \theta) = 108$$

$$\Rightarrow 4X = 108$$

$$\therefore X = 27$$

Rpta.: C

Resolución 27: Sea x la medida de un ángulo:

$$\Rightarrow 2x - S_x = \frac{1}{3}C_x$$

$$2X = (180 - x) = \frac{1}{3}(90 - x)$$

$$3x - 180 = 30 - \frac{x}{3}$$

$$\frac{10x}{3} = 210$$

$$x = 63$$

$$\therefore C_{63} = 27$$

Rpta.: B

Resolución 28: Sea x la medida de un ángulo:

$$\Rightarrow C_x - S_{(5x)} = 2x$$

$$90 - x - (180 - 5x) = 2x$$

$$2x = 90$$

$$\therefore x = 45$$

Rpta.: C

Resolución 29: Sea x la medida de un ángulo:

$$\Rightarrow S(C_{(2x)}) = 3C_x$$

$$180 - (90 - 2x) = 3(90 - x)$$

$$90 + 2x = 270 - 3x$$

$$5x = 180$$

$$\therefore x = 36$$

Rpta.: C

Resolución 30: Sea x la medida de un ángulo:

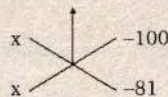
$$\Rightarrow x + C_x^2 = S(2C_x)$$

$$x + (90 - x)^2 = 180 - 2(90 - x)$$

$$(90 - x)^2 = x$$

$$90^2 - 180x + x^2 = x$$

$$x^2 - 181x + 8100 = 0$$



$$\Rightarrow (x - 100)(x - 81) = 0$$

$$x = 100 \wedge x = 81$$

Pero:

$$x < 90,$$

$$\text{Pues } C_x = 90 - x$$

$$\therefore x = 81$$

Rpta.: C

Resolución 31: Sea x la medida del ángulo:

$$\Rightarrow S(C_x - x) = S(2x) - 5x$$

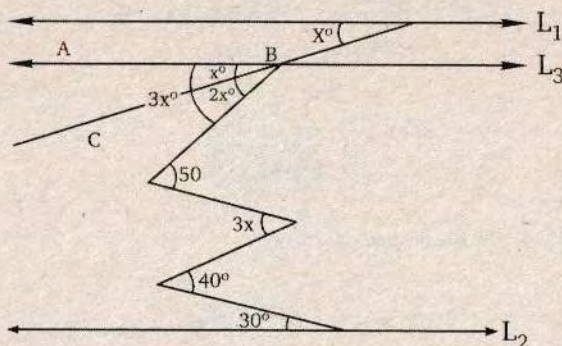
$$180 - (90 - x - x) = 180 - 2x - 5x$$

$$9x = 90$$

$$\therefore x = 10$$

Rpta.: A

Resolución 32:



Piden : X ,

Entonces : $\overline{L_3} \parallel \overline{L_1}$,

Luego por ángulo correspondientes :

$$m\angle ABC = X$$

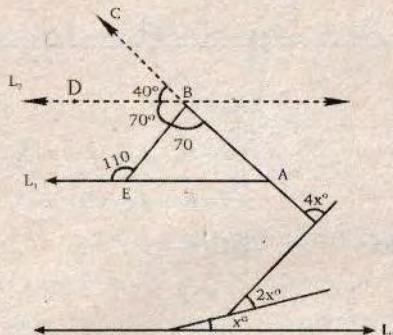
Por propiedad del serrucho: $(\overline{L_3} \parallel \overline{L_2})$

$$\Rightarrow 3X + 3X + 30 = 50 + 40$$

$$\therefore X = 10$$

Rpta.: B

Resolución 33:



Se prolonga $\overline{AB}$ hasta C y se traza $\overline{L_3} // \overline{L_1}$

Entonces : $m\angle DBE + 110 = 180$

$$\Rightarrow m\angle DBE = 70$$

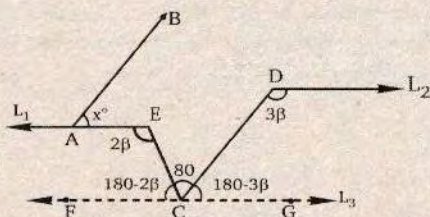
$$\Rightarrow m\angle CBD = 40, \text{ Luego :}$$

Por Propiedad : $x + 2x + 4x + 40 = 180$

$$\therefore x = 20$$

Rpta.: B

Resolución 34:



Piden : $x,$

Se traza : $\overline{L_3} // \overline{L_1}$

$$\Rightarrow m\angle ECF = 180 - 2\beta \wedge m\angle DCG = 180 - 3\beta$$

En C : $(180 - 2\beta) + 80 + (180 - 3\beta) = 180$

$$\Rightarrow \beta = 52$$

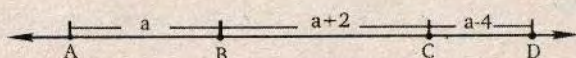
Luego : $\overline{AB} // \overline{CD}$

$$\Rightarrow x + 80 = 2\beta$$

$$\therefore x = 24$$

Rpta.: B

Resolución 35:



Sea : $AB = a$

Por dato : $BC = AB + 2 \Rightarrow BC = a + 2$

$$CD = AB - 4 \Rightarrow CD = a - 4$$

Del grafico : $CD = a - 4 > 0$

$$\Rightarrow a > 4$$

Por dato : $AB = a$; toma su mínimo

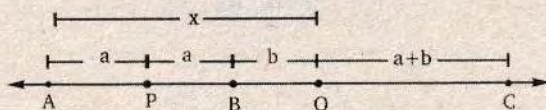
valor entero : $\Rightarrow a = 5$

Luego : $AD = a + (a + 2) + (a - 4) = 3a - 2$

$$\therefore AD = 3(5) - 2 = 13$$

Rpta.: B

Resolución 36:



Piden : $AQ = x$

Sea : $AP = a$ y $BQ = b$,

Entonces : $PB = a$ y $QC = a + b$, pues P y Q

Son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{PC}$, respectivamente.

Por dato : $\overline{AB} + \overline{QC} - \overline{AP} = 4$

$$\Rightarrow 2a + (a + b) - a = 4$$

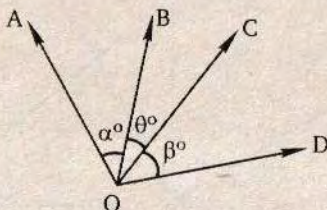
$$2a + b = 4$$

Del grafico : $x = \underline{2a + b}$

$$\therefore x = 4$$

Rpta.: B

Resolución 37:



Sea : $m\angle AOB = \alpha$, $m\angle BOC = \theta$ y $m\angle COD = \beta$.

Piden : $m\angle AOD = \alpha + \theta + \beta$

Por dato: $m\angle AOC + m\angle BOD = 140 \Rightarrow \alpha + \theta + \theta + \beta = 140$

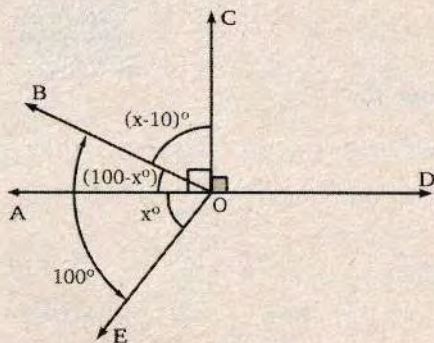
$$m\angle AOB + m\angle COD = 60 \Rightarrow \alpha + \beta = 60$$

Sumando : $2\alpha + 2\theta + 2\beta = 200$

$$\therefore \alpha + \theta + \beta = 100$$

Rpta.: B

Resolución 38:



Piden : $m\angle AOE = x$

Del gráfico, se observa que:

$$m\angle BOC = 90 - (100 - x) = x - 10$$

Por dato : $m\angle DOE - m\angle BOC = 50$

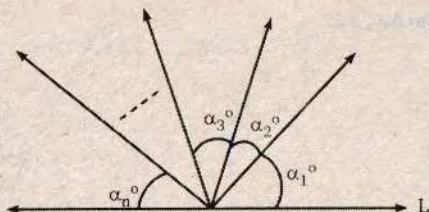
$$\Rightarrow 180 - x - (x - 10) = 50$$

$$\Rightarrow 140 = 2x$$

$$\therefore 70 = x$$

Rpta.: D

Resolución 39:



Sea : $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ las medidas de los

N ángulos consecutivos.

$$\Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n = 180$$

Por dato :

$$C\alpha_1 + C\alpha_2 + C\alpha_3 + \dots + C\alpha_n = 1170$$

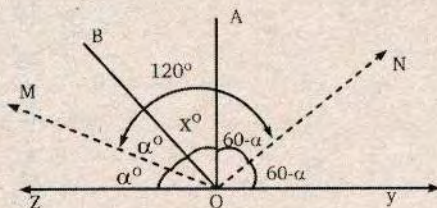
$$\Rightarrow 90 - \alpha_1 + 90 - \alpha_2 + 90 - \alpha_3 + \dots + 90 - \alpha_n = 1170$$

$$90n - \underbrace{(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n)}_{180} = 1170$$

$$\therefore n = 15$$

Rpta.: D

Resolución 40:



Piden : $m\angle AOB = x$

Sea : $m\angle ZOM = \alpha \Rightarrow m\angle BOM = \alpha$

Pues $\overline{OM}$ bisectriz del $\angle ZOB$.

Del gráfico : $\alpha + 120 + m\angle NOY = 180$

$$\Rightarrow m\angle NOY = 60 - \alpha$$

$$\Rightarrow m\angle AON = 60 - \alpha$$

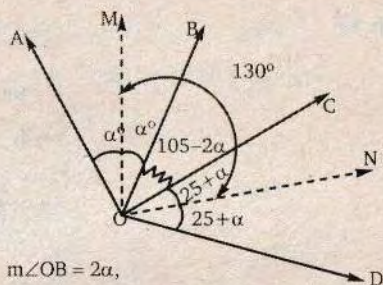
bisectriz del $\angle AOY$

Luego : $120 = \alpha + x + (60 - \alpha)$

$$\therefore 60 = x$$

Rpta.: B

Resolución 41:



Sea : $m\angle OB = 2\alpha$,

Entonces : $m\angle AOM = m\angle NOB = \alpha$

Ademas : $m\angle COD = 50 + 2\alpha$,

Pues $m\angle COD - m\angle AOB = 50$.

Ahora : $m\angle CON = m\angle DON = 25 + \alpha$,

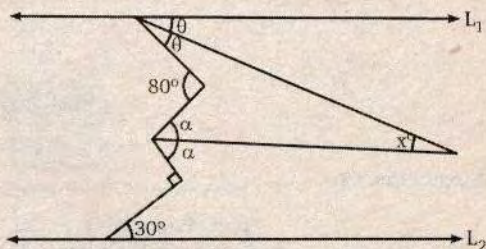
Pues $\overline{ON}$ es bisetriz del $\angle COD$

Piden : $m\angle BOD = 105 - 2\alpha + 50 + 2\alpha$

$\therefore m\angle BOD = 155^\circ$

Rpta.: C

Resolución 42:



Por teorema del "serrucho":

$$20 + 2\alpha + 30 = 80 + 90$$

$$\Rightarrow x + \theta = 70 \dots I$$

En forma análoga: $x + 90 = \theta + \alpha + 30 \dots II$

I en II: $x + 90 = 70 + 30$

$$\therefore x = 10$$

Rpta.: B

Resolución 43: Sea : $CC_x + SC_{(3y)} = 260$

$$X + 180 - (90 - 3y) = 260$$

Pero: $(-)\begin{cases} x + 3y = 170 \\ x + y = 90 \\ \hline 2y = 80 \end{cases}$

$$\Rightarrow y = 40$$

$$\therefore x = 50$$

Rpta.: C

Resolución 44: Sea x la medida del ángulo:

$$\Rightarrow (C_x + \frac{x}{9}) - S_{(2x)} = 38$$

$$90 - \frac{x}{3} + \frac{x}{9} - (180 - 2x) = 38$$

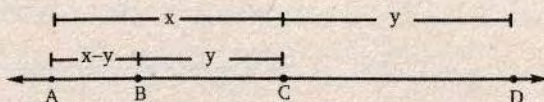
$$2x + \frac{x}{9} - \frac{x}{3} = 128$$

$$\frac{16x}{9} = 128$$

$$\therefore x = 72$$

Rpta.: C

Resolución 45:



Sea : $AC = x \wedge BC = y$

Entonces : $CD = y$

Pues C es punto medio de $\overline{BD}$.

Piden : $AC^2 + BC^2 = x^2 + y^2$

Del gráfico : $AB^2 + AD^2 = 18$

$$\Rightarrow (x-y)^2 + (x+y)^2 = 18$$

$$x^2 + y^2 - 2xy + x^2 + y^2 + 2xy = 18$$

$$2x^2 + 2y^2 = 18$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 9$$

Rpta.: B

Resolución 46:



Por dato : $\frac{2}{AB} + \frac{x}{AD} = \frac{7}{AC} \dots\dots(\alpha)$

Y : $XAB.CD = 2AD.BC$

$$\Rightarrow XAB(AD - AC) = 2AD(AC - AB)$$

$$XAB.AD - XAB.AC = 2AD.AC - 2AD.AB$$

$$(x+2)AB.AD = AC(2AD + XAB)$$

$$\frac{X+2}{AC} = \frac{2AD + XAB}{AB.AD}$$

$$\frac{X+2}{AC} = \frac{2}{AB} + \frac{X}{AD} \dots\dots(\theta)$$

$(\alpha) \text{ en } (\theta) :$ $\frac{X+2}{AC} = \frac{7}{AC} \Rightarrow X+2=7$

$$\therefore x=5$$

Rpta.: C

Resolución 47: Sean α y θ las medidas de dos ángulos, entonces :

$$C_{\alpha} = 13C_{\theta}$$

$$\Rightarrow 90 - \alpha = 13(90 - \theta)$$

$$13\theta - \alpha = 1080$$

Por dato : $\frac{\alpha + \theta = 96}{14\theta = 1176} \Rightarrow \theta = 84$

Pero : $\frac{\alpha + \theta = 96}{84} \Rightarrow \alpha = 12$

$$\therefore \frac{\alpha}{\theta} = \frac{12}{84} = \frac{1}{7}$$

Rpta.: C

Resolución 48: Sean α y θ las medidas de los ángulos complementarios, entonces:

$$\alpha + \theta = 90 \dots I$$

y: $C_{\alpha}^2 = C_{\theta} \cdot S_{\theta}$

$$\Rightarrow (90 - \alpha)^2 = (90 - \theta)(180 - \theta) \dots II$$

De I: $\theta = 90 - \alpha$

$$\Rightarrow \theta^2 = (90 - \theta)(180 - \theta)$$

$$\theta^2 = 90 \cdot 180 - 90\theta - 180\theta + \theta^2$$

$$2700 = 90 \cdot 180$$

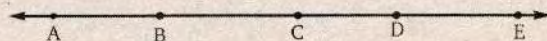
$$\Rightarrow \theta = 60$$

En I: $\alpha + \theta = 90 \Rightarrow \alpha = 30$

Piden: $C_{\left(\frac{30}{3}\right)} = C_{10} = 80$

Rpta.: C

Resolución 49:



Piden: AE

Por Dato: $7BD = 3AE$,

Entonces: $BD = 3K$ y $AE = 7K$

Además: $AC + BC + CD + CE = 240$

$$\underbrace{AC + CE}_{AE} + \underbrace{BC + CD}_{BD} = 240$$

$$\Rightarrow 7K + 3K = 240$$

$$K = 24$$

$$\therefore AE = 7K = 7(24) = 168$$

Rpta.: E

Resolución 50:



Piden: $\frac{1}{TP} + \frac{1}{QS}$

Por dato: $QS + PR + QT + PS + RT = (TP)(QS)$
 $\Rightarrow QS + PR + QT + PS + RT = (TP)(QS) \dots\dots I$

Pero, del gráfico: $QT = QS + ST \dots\dots II$ y

$PS = TP - ST \dots\dots III$

Reemplazando II y III en I:

$\Rightarrow TP + QS + (QS + ST) + (TP - ST) = (TP)(QS)$

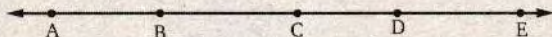
$2TP + 2QS = (TP)(QS)$

$\frac{TP}{(TP)(QS)} + \frac{QS}{(TP)(QS)} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{QS} + \frac{1}{TP} = \frac{1}{2}$

Rpta.: D

Resolución 51:



Nos piden: AC

Por dato: $\frac{3}{AB} + \frac{2}{AD} = 5$

Y: $2AB \cdot CD = 3BC \cdot AD$

$\Rightarrow 2AB(AD - AC) = 3(AC - AB)AD$

$2AB \cdot AD - 2AB \cdot AC = 3AC \cdot AD - 3AB \cdot AD$

$5AB \cdot AD = 3AC \cdot AD + 2AB \cdot AC$

$5 = AC \frac{(3AD + 2AB)}{AB \cdot AD}$

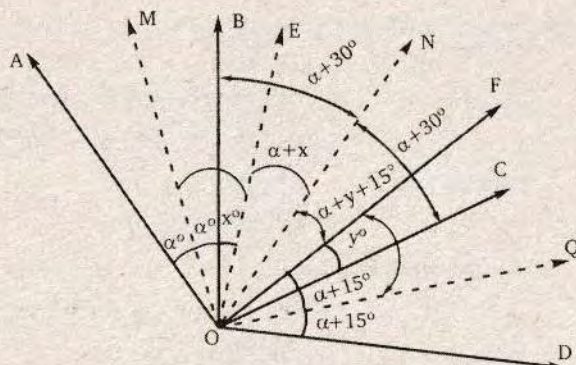
$\frac{5}{AC} = \frac{3AD}{AB \cdot AD} + \frac{2AB}{AB \cdot AD}$

$\frac{5}{AC} = \frac{3}{AB} + \frac{2}{AD}$

$\therefore AC = 1$

Rpta.: A

Resolución 52:



Sea : $m\angle AOB = 2\alpha$

Entonces, por dato : $m\angle BOC = 60 + 2\alpha \wedge m\angle COD = 30 + 2\alpha$

Piden : $m\angle BOE - m\angle COF = x - y$

Del gráfico : $\overline{OE}$ es bisectriz del $\angle MON \Rightarrow m\angle EON = \alpha + x$

$\overline{OF}$ es bisectriz del $\angle NOQ \Rightarrow m\angle FON = \alpha + y$

Además : $m\angle BON = x + \alpha + x = \alpha + 30 \Rightarrow x = 15$

$m\angle CON = \alpha + y + 15 + y = \alpha + 30 \Rightarrow y = 7,5$

$$\therefore x - y = 15 - 7,5 = 7,5$$

Rpta.: D

Resolución 53:

Piden : x máximo y entero.

Del gráfico : $4x + (y - 3x) = 180$

$$\Rightarrow y = 180 - x \dots\dots(I)$$

Luego, la medida de todo ángulo es positivo:

$$y - 3x > 0$$

$$\Rightarrow y > 3x \dots\dots(II)$$

I en II :

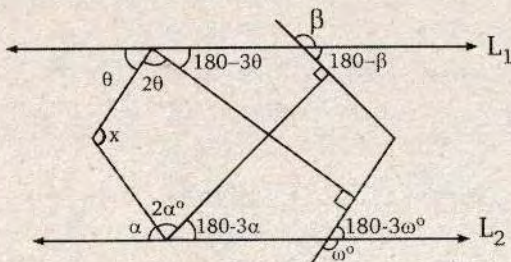
$$\Rightarrow 180 - x > 3x$$

$$\Rightarrow 45 > x$$

$$\therefore x = 44$$

Rpta.: C

Resolución 54:



Por propiedad Σ : $90 = 180 - \beta + 180 - 3\alpha$

$$\Rightarrow \beta + 3\alpha = 270 \dots (I)$$

$$90 = 180 - w + 180 - 3\theta$$

$$\Rightarrow w + 3\theta = 270 \dots (II)$$

Sumando I y II: $\Rightarrow \beta + w + 3\alpha + 3\theta = 540$

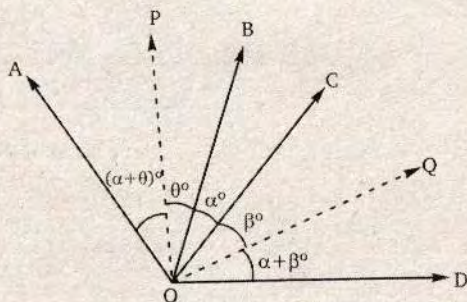
Por dato: $240 + 3\alpha + 3\theta = 540 \rightarrow \alpha + \theta = 100$

Finalmente: $x = \theta + \alpha$

$$\therefore x = 100$$

Rpta.: D

Resolución 55:



Sean:

$$m\angle POB = \theta, m\angle BOC = \alpha \text{ y } m\angle COQ = \beta$$

$\overline{OP}$ es bisectriz del $\angle AOC$

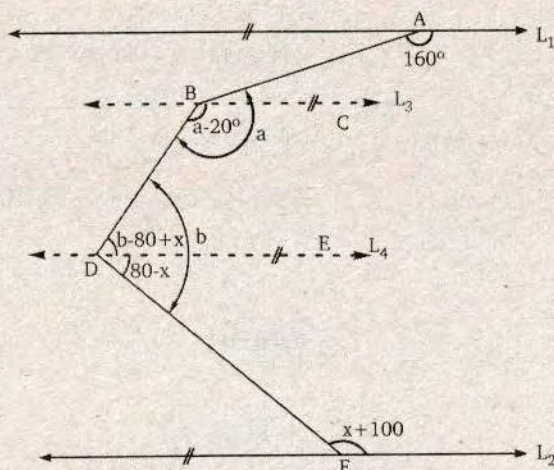
$$\Rightarrow m\angle AOP = \alpha + \theta$$

$\overline{OQ}$ es bisectriz del $\angle BOD$

$$\Rightarrow m\angle QOD = \alpha + \beta$$

$$\theta + \alpha + \beta = 26$$

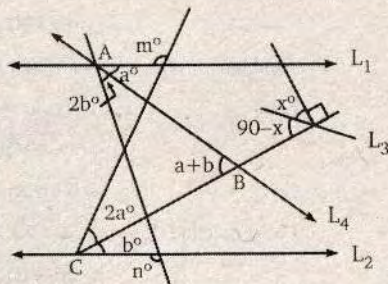
Por datos : $\theta + \alpha + \beta = 26 \dots \text{I}$
 $y \ m\angle AOB - m\angle COD = 40$
 $\Rightarrow (2\theta + \alpha) - (2\beta + \alpha)$
 $\theta - \beta = 20 \dots \text{II}$
 Sumando I y II : $\Rightarrow m\angle APB = 46$
 $\therefore m\angle AOB = 46$

Rpta.: B**Resolución 56:**

Piden : X
 Se traza : $\overline{L_3} // \overline{L_1} \Rightarrow m\angle ABC = 20$
 $\Rightarrow m\angle COD = a - 20$
 Se traza : $\overline{L_4} // \overline{L_2} \Rightarrow m\angle EDF = 80 - X$
 $\Rightarrow m\angle BDE = b - (80 - x) = b - 80 + X$
 Del gráfico : $\overline{L_3} // \overline{L_1}$
 $\Rightarrow (a - 20) + (b - 80 + x) = 180$
 $\Rightarrow a + b + x = 280 \dots \text{I}$
 Por dato : $a + b = 260 \dots \text{II}$
 II en I : $260 + x = 280$
 $\therefore x = 20$

Rpta.: B

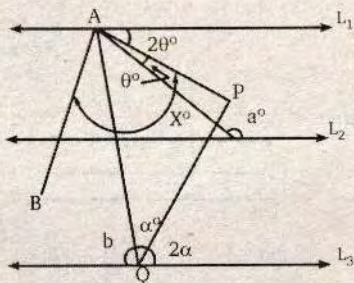
Resolución 57:



Piden : X
 Por teorema Σ : $m\angle ABC = a + b$,
 Luego por ángulos correspondientes:
 $a + b = 90 - x \dots I$,
 Pues : $\overline{L_3} \parallel \overline{L_4}$
 Por teorema: $m + 2a + b = 180$
 Además : $n + a + 2b = 180$
 Sumando $m + n + 3a + 3b = 360$
 Por dato : $m + n = 240$
 $\Rightarrow 240 + 3a + 3b = 360$
 $\Rightarrow a + b = 40 \dots \dots \dots II$
 $\therefore x = 50$

Rpta.: D

Resolución 58:



Piden : $m\angle PAB = X$
 Por propiedad $\angle \rightarrow$: $x + m\angle APQ = 180$

$$\Rightarrow m\angle APQ = 180 - x$$

Tambien : $a + 30 = 180$

En Q : $b + 3\alpha = 180$

$$\Rightarrow a + b + 30 + 3\alpha = 360$$

$$\Rightarrow \theta + \alpha = 50$$

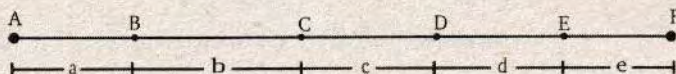
Por propiedad Σ : $20 + 2\alpha = 180 - x$

$$\Rightarrow \underbrace{2(\theta + \alpha)}_{50} = 180 - x$$

$$\therefore x = 80$$

Rpta.: B

Resolución 59:



Piden: $\frac{AB}{BC} + \frac{BC}{CD} + \frac{CD}{DE} + \frac{DE}{EF} = \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{e}$

Dato: $\frac{AC}{BC} = \frac{BD}{CD} = \frac{CE}{DE} = \frac{DF}{EF} = m$

$$\frac{a+b}{b} + \frac{b+c}{c} + \frac{c+d}{d} + \frac{d+e}{e} = m$$

$$\frac{a}{b} + 1 + \frac{b}{c} + 1 + \frac{c}{d} + 1 + \frac{d}{e} + 1 = m$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{e} = m - 4$$

Rpta.: A

Resolución 60:



Piden : $CD = x$

Datos : * $(AC)(AD) = 16$

$$a(a+x) = 16 \dots\dots\dots (a)$$

$$* \frac{2}{AC} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{2(CD)}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{2}{a+x} + \frac{1}{2x}$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a+x} = \frac{1}{4x}$$

$$\frac{\cancel{a} + x - \cancel{a}}{\underbrace{a(a+x)}} = \frac{1}{4x} \dots\dots\dots (DE(I))$$

$$16$$

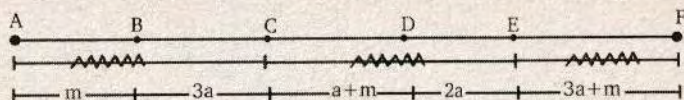
$$\frac{x}{16} = \frac{1}{4a}$$

$$x^2 = 4$$

$$\therefore x = 2$$

Rpta.: A

Resolución 61:



Piden:

Completemos las longitudes de los segmentos según los datos del problema:

$$* AC = CE = EF = (\text{wavy}) = m + 3a$$

$$* 2(BC) = 3(DE) \rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BC = 3a \\ DE = 2a \end{cases}$$

Piden:

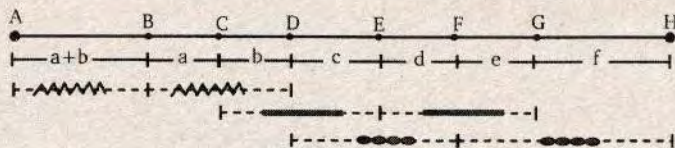
$$\frac{(BE)^2 - (AB)^2}{(DF)^2 - (CD)^2} = \frac{(6a+m)^2 - m^2}{(5a+m)^2 - (a+m)^2}$$

$$\frac{(BE)^2 - (AB)^2}{(DF)^2 - (CD)^2} = \frac{(6a+2m)(6a)}{(6a+2m)(4a)}$$

$$\therefore \frac{(BE)^2 - (AB)^2}{(DF)^2 - (CD)^2} = \frac{3}{2}$$

Rpta.: A

Resolución 62:



Piden : $\frac{AC + DG}{CD + GH} = \frac{2a + b + c + d + e}{b + f} \dots\dots(I)$

Datos : $\ast \frac{BE}{EF} = k$

$$\frac{a + b + c}{d} = k \dots\dots(II)$$

Del gráfico : $\begin{cases} b + c = d + e \dots\dots(III) \\ e + f = c + d \dots\dots(IV) \end{cases}$

(III) + (IV) : $b + f = 2d \dots\dots(V)$

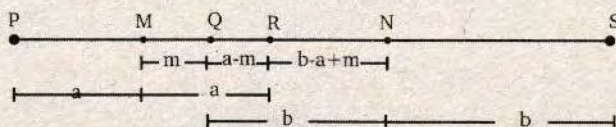
(III) y (IV) en (II): $\frac{2a + b + c + b + c}{2d} = \frac{2a + 2b + 2c}{2d}$

$$\frac{2a + b + c + b + c}{2d} = \frac{a + b + c}{d}$$

$$\therefore \frac{2a + b + c + b + c}{2d} = k$$

Rpta.: A

Resolución 63:



Piden : $MN = b + m = x$

Dato: $\frac{PQ}{PS} = \frac{QR}{RS}$

$$\Rightarrow \frac{a+m}{a+m+2b} = \frac{a-m}{2b-a+m} = \frac{2m}{2a} = \frac{m}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{a+m}{a+m+2b} = \frac{m}{a} = \frac{a}{m+2b}$$

$$\underbrace{m^2 + 2bm = a^2}_{(-)}$$

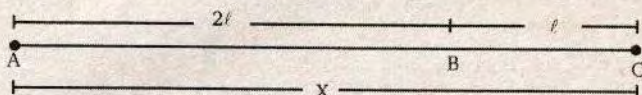
$$m^2 + 2bm + b^2 = a^2 + b^2$$

$$(m + b)^2 = a^2 + b^2$$

$$\therefore x = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Rpta.: C

Resolución 64:



Piden : $AC = X = ?$

Del dato : $2(AC) = 3(AB)$

Se tiene : $AC = 3\ell$ y $AB = 2\ell$

$$BC = \ell$$

Luego : $BC = 6 \rightarrow \ell = 6$

Pero : $x = 3\ell$

$$\therefore x = 3(6) = 18$$

Rpta.: B

Resolución 65:

Sea α la medida del ángulo.

Piden : $S_{(2x)}$

Del enunciado : $S(S_{(\alpha)} - CC_{(\alpha)}) = C(CC(\alpha) - S(\alpha))$

$$180^\circ - (180^\circ - \alpha - \alpha) = 90^\circ - [(\alpha) - (180^\circ - \alpha)]$$

$$180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 90^\circ - (\alpha - 180^\circ + \alpha)$$

$$2\alpha = 90^\circ - (2\alpha - 180^\circ)$$

$$2\alpha = 90^\circ - 2\alpha - 180^\circ$$

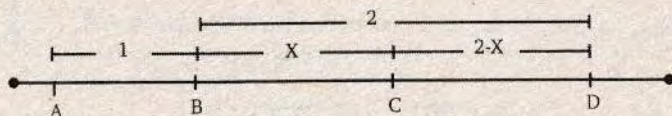
$$\alpha = \frac{270}{4} = \frac{135}{2}$$

En lo que piden:

$$\therefore S2\left(\left(\frac{135}{2}\right)\right) = S(135) = 45^\circ$$

Rpta.: B

Resolución 66:



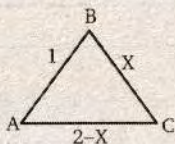
Piden : $BC = x = ?$ (entero)

Del gráfico : $CD = 2 - x$

$$\rightarrow 2 - x > 0$$

$$x < 2 \dots (I)$$

Del dato:



Por existencia : $2 - x < x + 1$

$$x > 0,5 \dots (II)$$

De (I) y (II) : $0,5 < x < 2$

$$\therefore x = 1 \text{ (entero)}$$

Rpta.: D

Resolución 67:



Piden : $AC = x = ?$

dato : $4(AB)(CD) = (BC)(AD) \dots (I)$

$$\frac{1}{10} = \frac{4}{AD} + \frac{1}{AB} \dots (II)$$

Del gráfico : $CD = AD - x$

$$BC = x - AB$$

En (I) : $4(AB)(AD - x) = (x - AB)(AD)$

$$4(AB)AD - 4(AB)x = x(AD) - (AB)(AD)$$

$$5(AB)(AD) = x(4(AB) + AD)$$

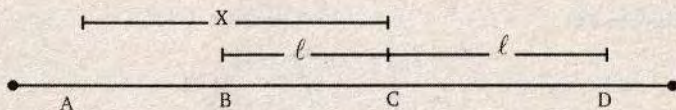
$$\rightarrow \frac{5}{x} = \frac{4(AB) + AD}{(AB)(AD)} \rightarrow \frac{5}{x} = \frac{4}{AD} + \frac{1}{AB} \dots (III)$$

Igualando (II) y (III) : $\frac{1}{10} = \frac{5}{x}$

$$\therefore x = 50$$

Rpta.: C

Resolución 68:



Piden : $AC = x = ?$

Dato : $4(AB)(AD) = 28 - (BD)^2$

Reemplazando : $4(x - l)(x + l) = 28 - (2l)^2$

$$4(x^2 - l^2) = 28 - 4l^2$$

$$4x^2 - 4l^2 = 28 - 4l^2$$

$$4x^2 = 28$$

$$\therefore x = \sqrt{7}$$

Rpta.: C

Resolución 69:



Piden : $CD = x = ?$

Dato : $AC = CE = a$

$$AB + CD = 16 \rightarrow AB = 16 - x$$

Tambien : $DE - BC = 4 \dots (I)$

Reemplazando en (I), del gráfico:

$$(a - x) - [a - (16 - x)] = 4$$

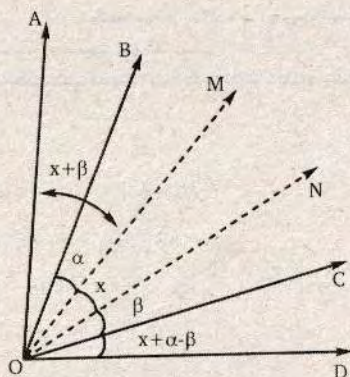
$$a - x - a + 16 - x = 4$$

$$12 = 2x$$

$$\therefore x = 6$$

Rpta.: D

Resolución 70:



Piden :

$$m\angle MON = x$$

Dato :

$$* \alpha + \beta = 20^\circ$$

$$* m\angle AOD = 80^\circ$$

$$x + \beta + x + \beta + x + \alpha + \beta = 80^\circ$$

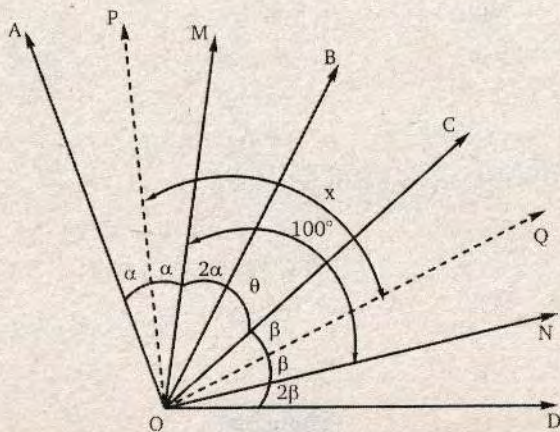
$$3x + \frac{(\alpha + \beta)}{20^\circ} = 80$$

$$3x = 60^\circ$$

$$\therefore x = 20^\circ$$

Rpta.: D

Resolución 71:



Piden : $m\angle POQ = x$

Datos : $m\angle AOC - m\angle BOD = 10^\circ$

$$(4\alpha + \theta) - (\theta + 4\beta) = 10^\circ$$

$$4\alpha - 4\beta = 10^\circ$$

$$\alpha - \beta = \frac{5^\circ}{2} \dots\dots\dots (I)$$

También : $2\alpha + \theta + 2\beta = 100^\circ \dots\dots\dots (II)$

$$X = 3\alpha + \theta + \beta \dots\dots\dots (III)$$

(III) + (II) :

$$x + 2\alpha + \theta + 2\beta = 3\alpha + \theta + \beta + 100^\circ$$

$$x = \alpha - \beta + 100^\circ$$

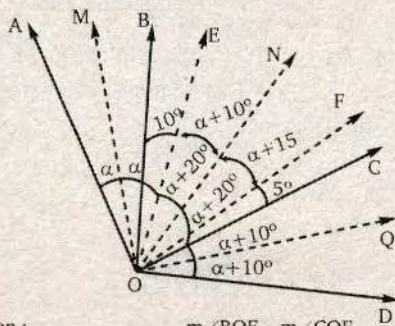
$$x = \frac{5^\circ}{2} + 100^\circ$$

$$x = 20^\circ 30' + 100^\circ$$

$$\therefore x = 120^\circ 30'$$

Rpta.: E

Resolución 72



Piden : $m\angle BOE - m\angle COF$

De Acuerdo a los datos completamos

Las medidas angulares en la figura.

$$m\angle BOC = m\angle AOB + 40^\circ = 2\alpha + 40^\circ$$

$$m\angle COD = m\angle AOB + 20^\circ = 2\alpha + 20^\circ$$

$$\Rightarrow m\angle BOE = 10^\circ \text{ y } m\angle COF = 5^\circ$$

$$\therefore m\angle BOE - m\angle COF = 5^\circ$$

Rpta.: C

Resolución 73:Sean α y β las medidas de los ángulos:

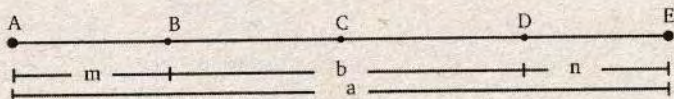
$$\text{Piden:} \quad E = S \left(\underbrace{SC_{(\alpha)} + \frac{C_{(3x)}}{3}}_A \right) - \left(\underbrace{C_{(\beta)} + \frac{S_{(5\beta)}}{5}}_B \right)$$

$$\text{Reduciendo:} \quad A = 180^\circ - \left[180^\circ - (90^\circ - \alpha) + \frac{90^\circ 3}{3} \alpha \right] = 60^\circ$$

$$B = 90^\circ - \beta - \left(\frac{180^\circ 5 \beta}{5} \right) = 54^\circ$$

$$\text{En lo que piden:} \quad E = 60^\circ - 54^\circ$$

$$\therefore E = 6$$

Rpta.: D**Resolución 74:**

$$\text{Piden:} \quad \frac{1}{AE} + \frac{1}{BD} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

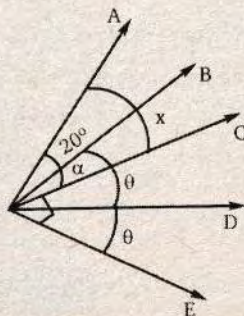
$$\text{Dato:} \quad BD + \underbrace{AC + BE + AD + CE}_{AE} = (AE)(BD)$$

$$BD + AE + BE + AD = (AE)(BD)$$

$$b + a + b + \underbrace{n + m + b}_a = ab$$

$$2(a+b) = ab$$

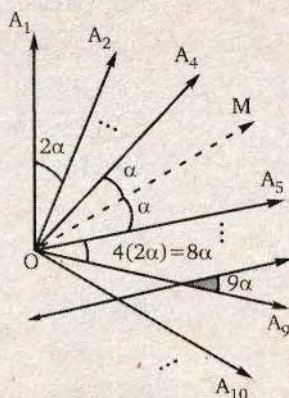
$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$$

Rpta.: D**Resolución 75:**

Piden : $m\angle AOC = x = ?$
 Sea : $m\angle BOC = \alpha$
 $m\angle BOD = \theta$
 Del dato : $\alpha + \theta = 90 \dots (I)$
 Luego : $2\theta = 90^\circ + \alpha \dots (II)$
 Sumando (I) y (II) : $2\theta + \theta = 180^\circ$
 $\theta = 60^\circ$
 $\alpha = 30^\circ$
 $\therefore x = 20 + 30$
 $x = 50$

Rpta.: B

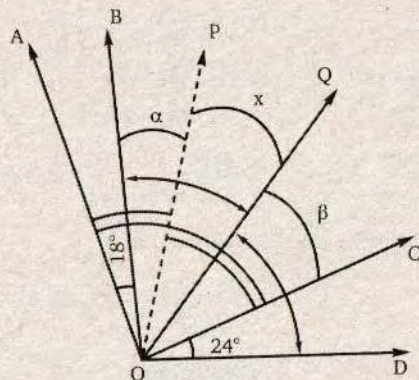
Resolución 76:



Piden : n
 Datos: $\begin{cases} \angle A_1OA_2 \cong \angle A_2OA_3 \cong \dots \cong \angle A_nOA_{n+1} \\ m\angle A_1OA_{n+1} = \theta \end{cases}$
 También : $9\alpha = 0,3\theta$
 $30\alpha = \theta \dots (I)$
 Además: $n(2\alpha) = \theta \dots (II)$
 (II) en (I) : $30\alpha = n(2\alpha)$
 $\therefore n = 15$

Rpta.: B

Resolución 77:



Piden : $m\angle POQ = x = ?$

Sea : $\overline{OP}$: bisectriz de $\angle AOB$

$\overline{OQ}$: Bisectriz de $\angle BOC$

$m\angle BOP = \alpha$, $m\angle QOC = \beta$

Se Observa : En: $m\angle AOC$: $18 + \alpha = x + \beta \dots (I)$

En: $m\angle BOD$: $24 + \beta = x + \alpha \dots (II)$

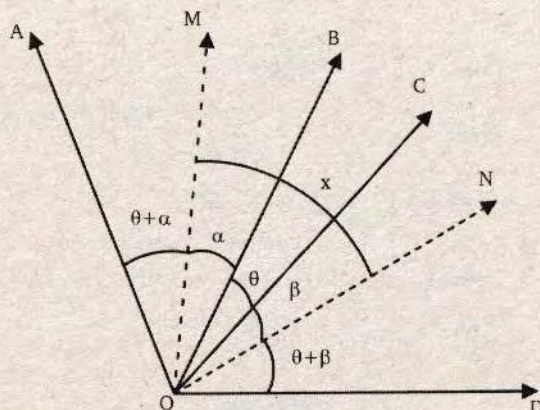
Sumando : $(I) + (II)$

$$42 = 2x$$

$$\therefore x = 21$$

Rpta.: C

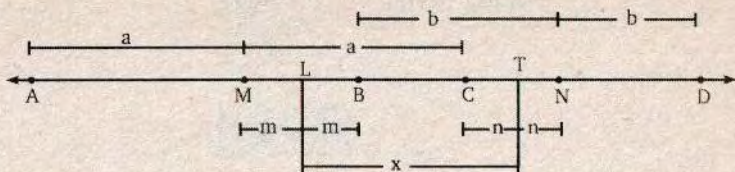
Resolución 78:



- Piden : $m\angle MON = x = ?$
- Sea : $\overline{OM}$ bisectriz del $\angle AOC$
 $\overline{ON}$ bisectriz del $\angle BOD$
- También : $m\angle MOB = \alpha$
 $m\angle BOC = \theta$
 $m\angle CON = \beta$
- Del gráfico : $x = \alpha + \theta + \beta \dots (I)$
- Del dato : $(\theta + 2\alpha) + (\theta + 2\beta) = 90^\circ$
 $\theta + \alpha + \beta = 45^\circ \dots (II)$
- De (I) y (II) : $\therefore x = 45^\circ$

Rpta.: D

Resolución 79:



- Piden : $x = ?$
- Sea : L punto medio de $\overline{MB}$
T punto medio de $\overline{CN}$
- dato : $AC + BD = \ell$
 $\rightarrow 2a + 2b = \ell$
 $a + b = \frac{\ell}{2} \dots (I)$
- Del gráfico : $x = m + b - n \dots (II)$
 $x = n + a - m \dots (III)$
- Sumando : (II) + (III)

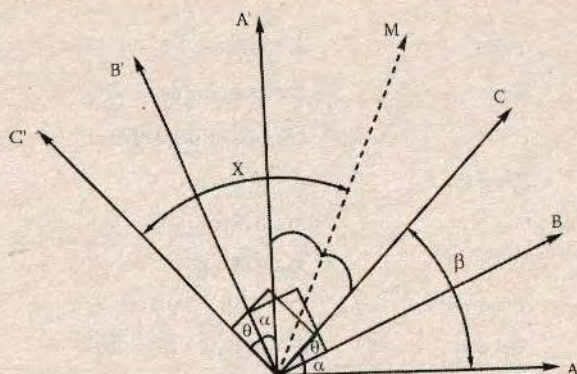
$$2x = a + b$$

$$2x = \frac{\ell}{2}$$

$$\therefore x = \frac{\ell}{4}$$

Rpta.: B

Resolución 80:



Piden : $m\angle C'OM = x = ?$

Se observa : $\alpha + \theta = \beta \dots\dots\dots (I)$

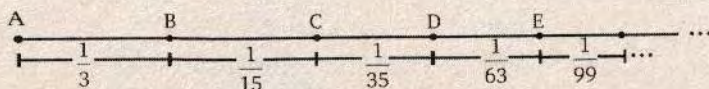
$$\alpha + \theta + 2\alpha = 90^\circ \dots\dots (II)$$

Sumando (I) y (II) : $2x = 90^\circ + \beta$

$$\therefore x = 45^\circ + \frac{\beta}{2}$$

Rpta.: C

Resolución 81:



Piden :

$$S = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \dots$$

$$S = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{6.5} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{7.9} + \frac{1}{9.11} + \dots$$

$$2S = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + \frac{2}{9.11} + \dots$$

$$2S = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$$

$$2S = 1$$

Observación :

$$n \rightarrow \infty \text{ Entonces } \frac{1}{n} \rightarrow 0$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}$$

Rpta.: B

Resolución 82: Nos piden: x

Datos: $m\angle AOB = \alpha \wedge m\angle AOC = \beta$

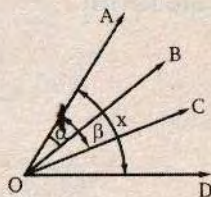
$$2m\angle BOD + 2m\angle COD = 3m\angle BOC$$

En el gráfico: $2(x - \alpha) + 2(x - \beta) = 3(\beta - \alpha)$

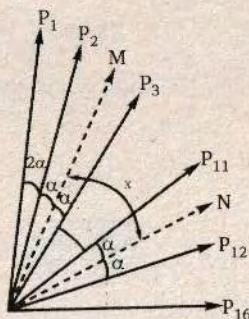
$$4x = 5\beta - \alpha$$

$$\therefore x = \frac{5\beta - \alpha}{4}$$

Rpta.: B



Resolución 83:



Piden: máximo valor entero de la $m\angle MON = \llbracket x \rrbracket$

Los rayos $OP_1, OP_2, \dots, OP_{16}$ forman

15 ángulos consecutivos congruentes

cada uno de medida 2α

Desde P_3 hasta P_{11} se forman $11 - 3 = 8$ ángulos

$$\Rightarrow m\angle P_3OP_{11} = 8(2\alpha) = 16\alpha$$

$$\Rightarrow x = 18\alpha \dots (I)$$

Datos del problema: $\angle P_1OP_{16}$ es agudo

$$\Rightarrow m\angle P_1OP_{16} < 90^\circ$$

$$15(2\alpha) < 90^\circ \Rightarrow \alpha < 3^\circ$$

$$\Rightarrow 18\alpha < 54^\circ \Rightarrow x < 54^\circ$$

$$\therefore \llbracket x \rrbracket = 53^\circ$$

Rpta.: B

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 01

Resolución 84:

Las longitudes de los n segmentos sera:

$$\frac{n}{2}, \frac{n}{4}, \frac{n}{8}, \dots, \frac{n}{2^{n-1}} \quad (n \text{ longitudes})$$

$$\frac{n}{2^0}, \frac{n}{2^1}, \frac{n}{2^2}, \frac{n}{2^3}, \dots, \frac{n}{2^{n-1}}$$

Tomando la n -ésima parte a cada una:

$$\frac{1}{2^0}, \frac{1}{2^1}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^{n-1}}$$

Piden la suma:

$$S = \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} \dots (I)$$

$$2S = 2 + \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-2}} \dots (II)$$

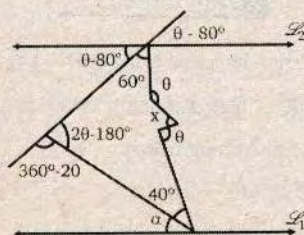
(II) - (I):

$$2S - S = -\frac{1}{2^{n-4}}$$

$$\therefore S = \frac{2^n - 1}{2^{n-1}}$$

Rpta.: B

Resolución 85:



Piden :

$$x = ?$$

Trazamos:

$$\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$$

Se observa :

$$\theta - 80^\circ + \alpha = 20 - 180^\circ \quad (\text{Teorema})$$

$$\alpha = \theta - 100^\circ \dots (I)$$

También:

$$\theta - 80^\circ + 60^\circ + x + 40^\circ + \alpha = \theta + \theta \quad (\text{Teorema})$$

$$20 + x + \alpha = \theta \dots (II)$$

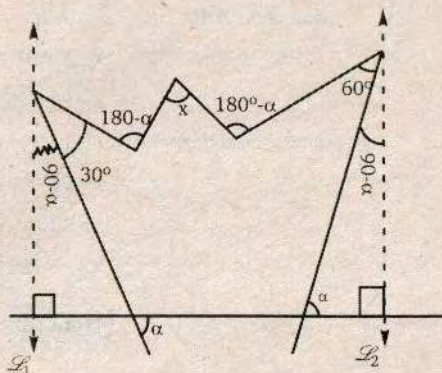
(I) en (II):

$$20 + x + \theta - 100 = \theta$$

$$\therefore x = 80^\circ$$

Rpta.: B

Resolución 86:



Piden : $X = ?$

Se traza $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$, para aplicar teorema:

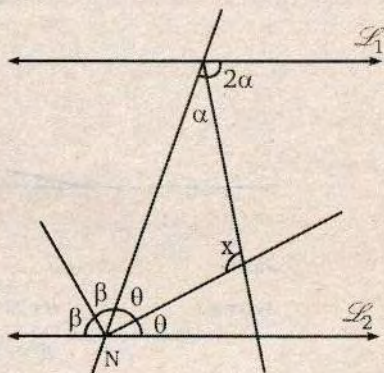
$$120 - \alpha + x + 150 - \alpha = 180^\circ - \alpha + 180^\circ - \alpha$$

$$270 + x = 360^\circ$$

$$\therefore x = 90$$

Rpta.: C

Resolución 87:



Piden : $x \text{ min } Z = ?$

Dato : $2\alpha - \beta > 38^\circ$

Se observa : $x = 2\alpha + \theta \dots (I) \text{ (Teorema)}$

Luego : En N

$$\beta + \theta = 90^\circ \dots (II)$$

Sumando (I) (II)

$$\overline{\mathcal{L}}_1 \parallel \overline{\mathcal{L}}_2$$

$$x + \beta = 2\alpha + 90^\circ$$

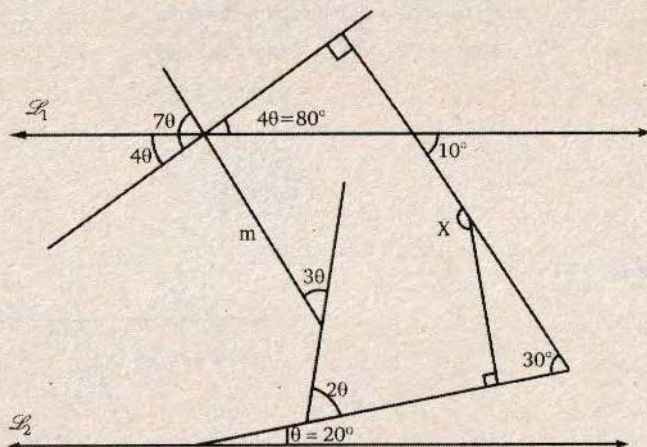
$$x - 90 = 2\alpha - \beta$$

Reemplazando en el dato:

$$x - 90^\circ > 38^\circ$$

$$x > 128^\circ$$

$$\therefore x_{\min} = 129^\circ$$

Rpta.: C**Resolución 88:**Piden : x Teorema : $\theta + 20 + 30 = 180^\circ$

$$9\theta = 180^\circ$$

$$\theta = 20^\circ$$

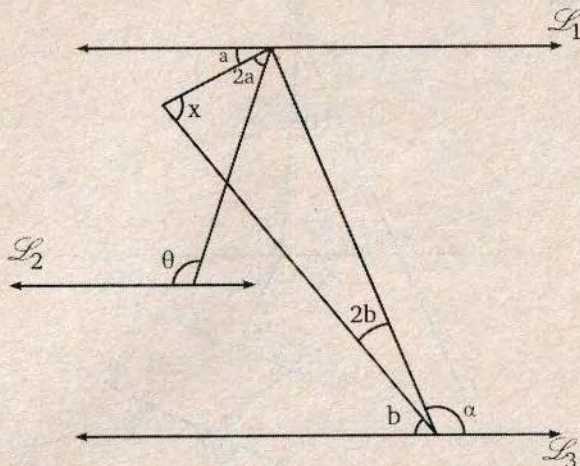
Luego por teorema del ángulo exterior:

$$x = 90^\circ + 30^\circ$$

$$\therefore x = 120^\circ$$

Rpta.: B

Resolución 89:



Piden : $x_{\min} = ?$

Dato : $\alpha + \theta < 238^\circ$

Se observa : $x = a + b$ (teorema)

Luego : $\theta + 3a = 180^\circ \dots (I)$

$\alpha + 3b = 180^\circ \dots (II)$

Sumando (I) y (II):

$$\theta + \alpha + 3(a + b) = 360^\circ$$

$$\alpha + \theta = 360 - 3(a + b)$$

Reemplazando en el dato:

$$360^\circ - 3(a + b) < 238^\circ$$

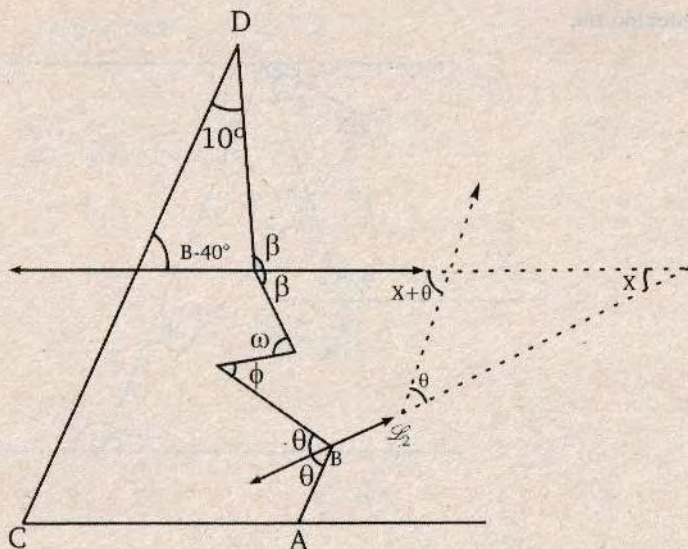
$$122^\circ < 3x$$

$$40,6^\circ < x$$

$$\therefore x_{\min} = 41^\circ$$

Rpta.: E

Resolución 90:



Piden La medida del ángulo formado

Por $\mathcal{L}_1 // \mathcal{L}_2$: "X"

Datos: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ y $w - \phi = 42^\circ$

Teorema : $10^\circ + w + 2\theta = 2\beta + \phi$

$$\Rightarrow 10^\circ + \underbrace{W - \phi}_{42^\circ} = 2\beta - 2\theta$$

$$52^\circ = 2\beta - 20$$

$$26^\circ = \beta - \theta \dots\dots\dots (1)$$

Ademas por ángulos alternos internos:

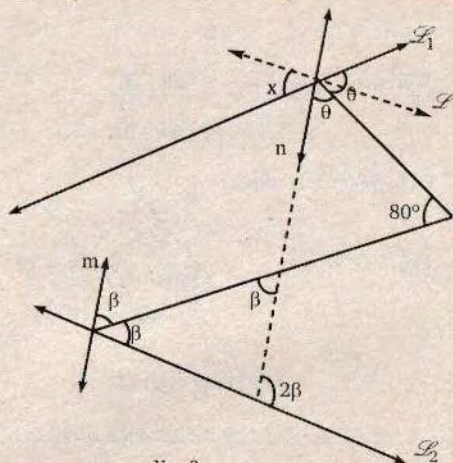
$$\alpha + \theta = \beta - 10^\circ$$

$$x = \underbrace{(\beta - \theta)}_{26^\circ} - 10^\circ$$

$x = 16^\circ$

Rpta.: A

Resolución 91:



Piden : $X = ?$

Se traza: $\overline{L_1} // \overline{L_2}$

Teorema: $2\theta - x + 2\beta = 180^\circ \dots (I)$

Por teorema de los ángulos conjugados:

$$\theta - x + \beta = 80^\circ$$

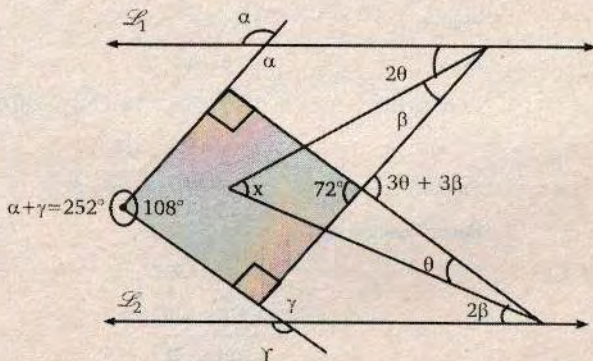
Multiplicando por 2: $2\theta - 2x + 2\beta = 160^\circ \dots (II)$

Finalmente (I) - (II): $-x - (-2x) = 180^\circ - 160^\circ$

$$\therefore x = 20^\circ$$

Rpta.: C

Resolución 92:

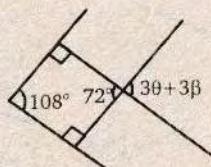


Piden : x

Teorema: $x = 2\theta + 2\beta$

$$x = 2(\theta + \beta) \dots (I)$$

En la figura sombreada:



$$\Rightarrow 3\theta + 3\beta = 72^\circ$$

$$\Rightarrow \theta + \beta = 24^\circ \dots (II)$$

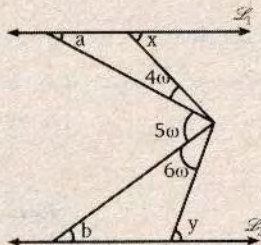
(II) en (I) :

$$x = 2(24^\circ)$$

$$\therefore x = 48^\circ$$

Rpta.: C

Resolución 93:



Piden : $x + y = ?$

Dato : $a + b = 40^\circ$

Se observa : $x + y = 4w + 5w + 6w$ (Teorema)

$$x + y = 15w \dots (I)$$

También : $a + b = 5w \rightarrow w = 8^\circ$

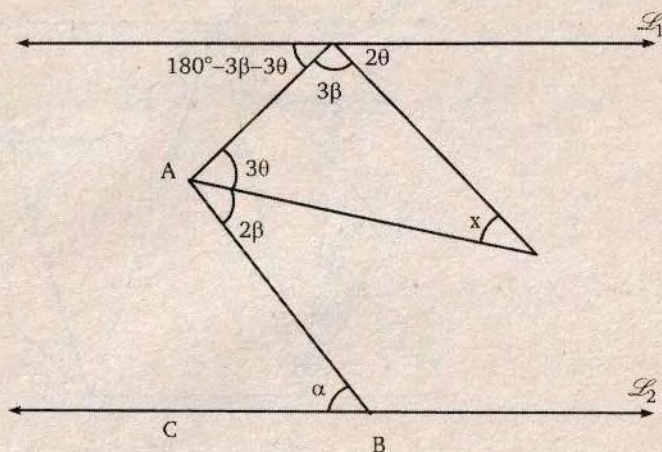
Reemplazando en (I):

$$x + y = 15(8)$$

$$\therefore x + y = 120^\circ$$

Rpta.: D

Resolución 94:



Piden :

"X"<sub>mínimo
entero</sub>

Dato :

$$\alpha : \text{Agudo} \Rightarrow 0^\circ < \alpha < 90^\circ \dots (I)$$

Teoremas :

$$2\theta + 2\beta = x + \alpha \dots (II)$$

$$180 - 3\beta - 3\theta + \alpha = 3\theta + 2\beta$$

$$\Rightarrow \theta + \beta = 36^\circ + \frac{\alpha}{5} \dots (III)$$

(III) en (II) :

$$2\left(36^\circ + \frac{\alpha}{5}\right) = x + \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha = 120^\circ - \frac{5x}{3} \dots (IV)$$

(IV) en (I) :

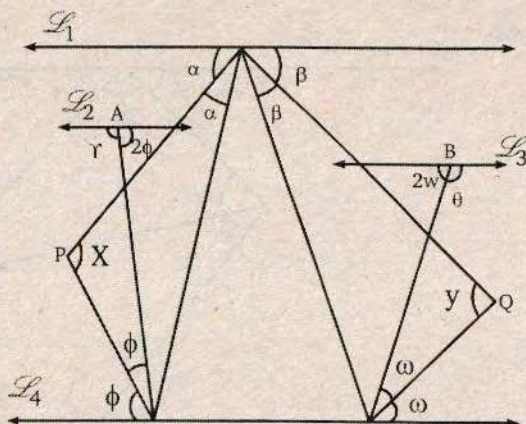
$$0 < 120^\circ - \frac{5x}{3} < 90$$

$$x > 18^\circ$$

$$\therefore x_{\text{mínimo}} = 19^\circ$$

Rpta.: E

Resolución 95:



Piden : $x - y$

Dato : $\alpha - \beta = \theta - \gamma = 10^\circ$

Teorema : En P : $x = \alpha + \phi$

En Q : $y = \beta + w$

$$\Rightarrow x - y = (\alpha - \beta) + (\phi - w) \dots (I)$$

De los puntos A y B:

$$\gamma + 2\phi + \theta + 2w = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \phi - w = \frac{\theta - \gamma}{2} \dots (II)$$

(II) en (I) : $x - y = (\alpha - \beta) + \left(\frac{\theta - \gamma}{2}\right)$

Luego Por el dato principal:

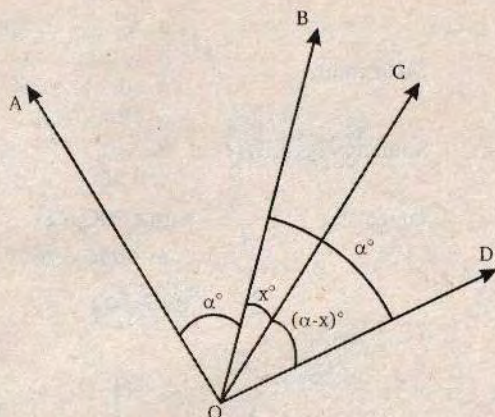
$$x - y = 10^\circ + \left(\frac{10^\circ}{2}\right)$$

$$\therefore x - y = 15^\circ$$

Rpta.: D

SEGMENTOS - ÁNGULOS

Resolución 96:



Piden : $m\angle BOC = x$
 Lea : $m\angle AOB = \alpha$,
 Entonces : $m\angle BOD = \alpha$
 Luego : $m\angle COD = \alpha - x$
 Por dato : $\underline{m\angle AOC} - \underline{m\angle COD} = 70$

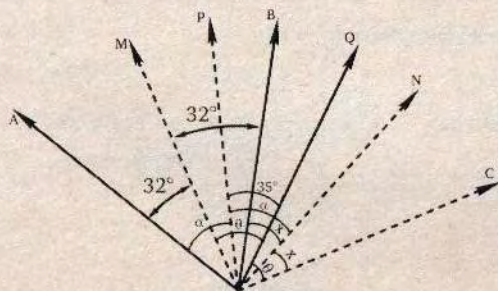
$$\Rightarrow (\alpha + x) - (\alpha - x) = 70$$

$$2x = 70$$

$$\therefore x = 35$$

Rpta.: C

Resolución 97:



De la figura :

$$\theta - (\alpha - 32^\circ) = 35^\circ$$

$$\theta - \alpha + 32^\circ = 35^\circ$$

$$\alpha - (\theta - x) = 35^\circ$$

$$\alpha - \theta + x = 35^\circ$$

Sumamos (I) y (II) :

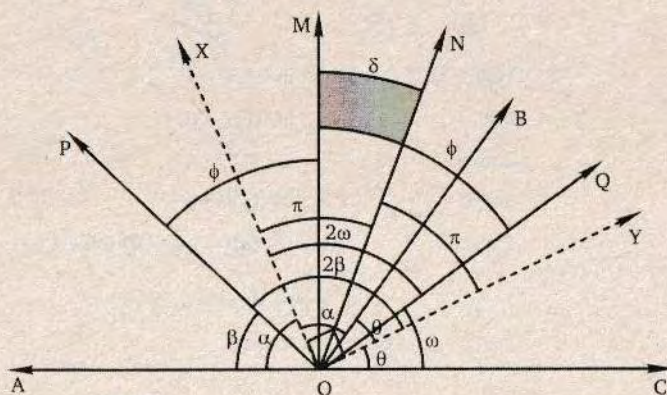
$$32^\circ + x = 70^\circ$$

$$x = 38^\circ$$

Luego :

$$m\angle BOC = 2x$$

$$m\angle BOC = 76^\circ$$

Rpta.: C**Resolución 98:**

De la figura :

$$\delta = (\pi + \alpha) - (\phi + \beta) \dots\dots\dots (I)$$

$$\delta = (\phi + \omega) - (\pi + \theta) \dots\dots\dots (II)$$

Sumamos (I) y (II) :

$$2\delta = (\alpha - \theta) - (\beta - \omega) \dots\dots\dots (III)$$

Ademas :

$$3\beta + \theta = 3\omega + \alpha$$

$$\beta - \omega = \frac{\alpha - \theta}{3}$$

Luego reemplazando en (II) :

$$\delta = \frac{\alpha - \theta}{3}$$

Por dato:

$$\frac{m\angle AOB}{2\alpha} - \frac{m\angle BOC}{2\theta} = 72$$

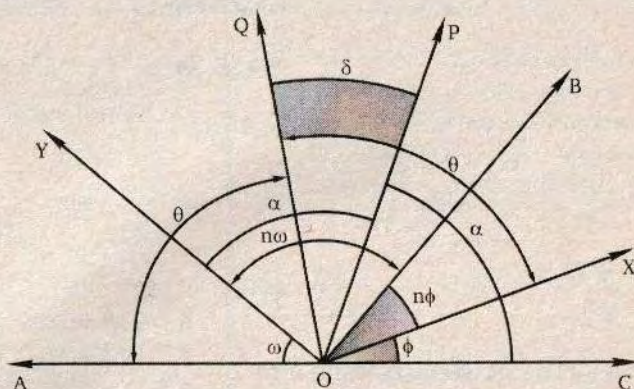
$$\alpha - \theta = 36$$

$$\therefore \delta = 12$$

Rpta.: C

SEGMENTOS - ÁNGULOS

Resolución 99:



De la figura: $\delta = \alpha + \omega - \theta$ (I)

$\delta = \theta + \phi - \alpha$ (II)

Sumando (I) y (II): $2\delta = \phi + \omega$

Además: $\omega + n\omega + n\phi + \phi = 180^\circ$

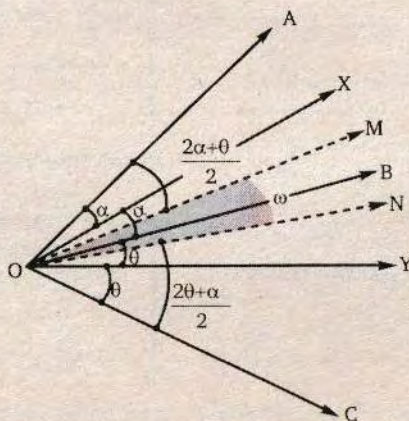
$(\omega + \phi)(n + 1) = 180^\circ$

Luego: $2\delta = \frac{180^\circ}{n + 1}$

$\therefore m \angle POQ = \frac{90^\circ}{n + 1}$

Rpta.: C

Resolución 100:



Por Dato : $m\angle AOC = 80^\circ$

$$2\alpha + 2\theta = 80^\circ$$

$$\alpha + \theta = 40^\circ \dots\dots (I)$$

Además : $\frac{2\alpha + \theta}{2} + \omega + \frac{2\theta + \alpha}{2} = 80^\circ$

$$\frac{3}{2}(\alpha + \theta) + \omega = 80^\circ \dots\dots (II)$$

Reemplazando (II) en (I) :

$$\frac{3}{2}(40^\circ) + \omega = 80^\circ$$

$$60^\circ + \omega = 80^\circ$$

$$\therefore \omega = 20^\circ$$

Rpta.: B



PROBLEMAS PROPUESTOS

- En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D de modo que $AB = 4$ y $BC = 3$. Calcular CD, si $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD}$.
A) 7 B) 12 C) 21
D) 18 E) 15
- En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B y C tal que $AC = 10$. Si M es punto medio $\overline{AC}$. Calcular MC.
A) 2,5 B) 5 C) 7,5
D) 6 E) 8
- En una recta se ubica los puntos consecutivos A, B, C, D y E tal que D es punto medio de $\overline{BE}$. Si $DE - AB = 6$ y $AB + CD = BC$. Calcular CD.
A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 2
- En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C, D y E tales que $AC = 3AB$, $CD = 2DE$ y $AE = 36$, Si M y N son puntos medios de $\overline{AD}$ y $\overline{BE}$ respectivamente, calcular MN.
A) 3 B) 6 C) 9
D) 18 E) 12
- Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD.
Si $\angle AOB - m\angle COD = 36$, calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOD y BOC.
A) 12 B) 18 C) 36
D) 48 E) 32
- Si el complemento de un ángulo y el suplemento del otro están en la relación del suplemento del primero al complementos del segundo, calcular la suma de las medida de ambos ángulos.
A) 240 B) 220 C) 270
D) 260 E) 180
- La diferencia entre el suplemento del doble y el complemento del triple de un ángulo es igual al doble del complemento del cuádruple de la medida del ángulo. Calcular la medida del ángulo.
A) 10 B) 20 C) 30
D) 15 E) 40
- Si al doble de la medida de un ángulo se le resta su suplemento resulta el doble de su complemento. calcular el complemento del ángulo.
A) 36 B) 54 C) 72
D) 18 E) 30
- El suplemento de la diferencia entre el suplemento y el complemento de un ángulo es igual a $\frac{5}{9}$ de la diferencia entre el suplemento del ángulo y el suplemento del suplemento de dicho ángulo. calcular la medida del ángulo.
A) 6 B) 9 C) 12
D) 15 E) 18

10. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C, D, E y F tales que $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ y $\overline{EF}$ tienen longitudes en progresión aritmética y $AF=20$. Si M y N son puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$ respectivamente, calcular MN.

A) 4 B) 8 C) 6
D) 12 E) 9

11. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D, E y F tales que $CD=8$ y $BE=24$. Calcular AF, siendo B y E puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{DF}$ respectivamente.

A) 30 B) 28 C) 40
D) 48 E) 36

12. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tales que OM, ON y OP sean las bisectrices de los ángulos AOB, COD y MON respectivamente. Calcular la $m\angle AOB$, si:
 $m\angle MOC - 80 = 4m\angle BOP - m\angle MOD$.

A) 30 B) 40 C) 60
D) 80 E) 50

13. El complemento del doble de un ángulo, más el suplemento del suplemento del complemento del ángulo, más el suplemento del triple de dicho ángulo, más el complemento del doble del mismo ángulo, más el suplemento del complemento del cuádruple del ángulo en mención es 200. calcular el suplemento del complemento del ángulo

A) 85 B) 150 C) 95
D) 165 E) 175

14. La suma del complemento de un ángulo con el complemento de sus ángulos doble es igual a $\frac{4}{3}$ del complemento de otro ángulo, que es menor que el primero en 15. Calcular la medida del mayor ángulo.

A) 9 B) 12 C) 18
D) 24 E) 36

15. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D tales que $AB = 12$ y $CD = 18$. Calcular la longitud del segmento cuyos extremos son los puntos medios de AC y BD.

A) 7,5 B) 15 C) 3
D) 6 E) 22,5

16. En una recta se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D tales que $BC \cdot BD = 25$ y $\frac{1}{AB} - \frac{1}{AD} = \frac{1}{AC}$ calcular AB.

A) 3 B) 5 C) 2,5
D) 10 E) 0,2

17. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D tal que $AC = m$ y $\frac{CD}{3} = \frac{BC}{1}$. Calcular AB, Si:
 $\frac{m}{BD} = \frac{4}{3}$

A) $\frac{3}{7}m$ B) $\frac{11}{8}m$ C) $\frac{13}{16}m$
D) $\frac{6}{7}m$ E) $3m$

18. La suma del suplemento de un ángulo con el suplemento de su ángulo doble es igual al suplemento de su ángulo mitad. Calcular la medida del ángulo.
- A) 15 B) 18 C) 72
D) 30 E) 54
19. La suma del complemento de un ángulo con el suplemento de otro es igual a 200. Si la diferencia de las medidas de ambos ángulos es 40, Calcular el complemento del ángulo de mayor medida.
- A) 25 B) 65 C) 35
D) 55 E) 45
20. Si la suma de las medidas del complemento y el suplemento de un ángulo es a la diferencia de las medidas del suplemento y el complemento de otro ángulo como 1 es a 2, calcular el suplemento del ángulo doble del primer ángulo.
- A) 20 B) 30 C) 45
D) 60 E) 105
21. Alrededor de un mismo punto O, se trazan los rayos AO, OB, OC y OD formando los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD y DOA. Calcular la $m\angle COD$, si $m\angle BOC = \frac{m\angle AOB}{3} = \frac{m\angle COD}{4}$ y $m\angle DOA = 2m\angle AOB$.
- A) 60 B) 18 C) 36
D) 72 E) 144
22. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tal que:
 $m\angle AOD = 160$ y $m\angle BOC = 40$.
Calcular la medida del ángulo que forman las bisectrices de los ángulos AOB y COD.
- A) 80 B) 90 C) 100
D) 60 E) 70
23. Se tiene los ángulos consecutivos AOB y BOC. Se traza $\overline{OM}$ bisectriz del ángulo AOB y $\overline{ON}$ bisectriz del ángulo BOC. Calcular la $m\angle MON$, si:
 $m\angle AON + m\angle MOC = 150^\circ$.
- A) 50 B) 100 C) 35
D) 70 E) 105
24. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tal que:
 $m\angle AOB + m\angle COD = 80$.
Calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOC y BOD.
- A) 20 B) 40 C) 60
D) 80 E) 65
25. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, P y B. Si $AB=6$; calcular AP, cuando $(AP)(PB)$ es máximo.
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 6

26. Si al suplemento del suplemento del suplemento de un ángulo se le suma el complemento del complemento del complemento del ángulo doble ; se obtiene el suplemento del ángulo mitad. Calcular la medida de dicho ángulo.

A) 18 B) 36 C) 15
D) 30 E) 32

27. A un mismo lado de una recta yy' y desde un punto "O" de la misma, se trazan los rayos OA y OB, tal que : $m\angle YOA = 80$. Calcular la $m\angle AOB$, si la medida del ángulo $Y'OB$ es igual al suplemento del quíntuplo del a medida del ángulo AOB.

A) 10 B) 20 C) 30
D) 15 E) 25

28. Lean los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD. Si $m\angle AOB = m\angle COD$ y $m\angle BOD = 100$, Calcular la $m\angle AOC$

A) 40 B) 50 C) 60
D) 100 E) 80

29. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E tales que: $AC + BD + CE = 40$ y $BD = 15$. Calcular AE.

A) 20 B) 25 C) 35
D) 30 E) 28

30. En una recta se consideran los puntos consecutivos P, Q, R y S tal que: $PQ + RS = 36$. Si M y N son puntos medios de $\overline{PR}$ y $\overline{QS}$ respectivamente, calcular MN.

A) 9 B) 16 C) 18
D) 32 E) 27

31. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tal que : $m\angle AOC = m\angle BOD = 100^\circ$, calcule $m\angle AOB$; si $m\angle AOX + m\angle COD = 140$, siendo $\overline{OX}$ bisetrix del $\angle AOD$.

A) 40 B) 60 C) 80
D) 70 E) 100

32. En una recta se ubican los puntos consecutivos P, Q, R y S tales que :

$$a \frac{PQ}{QR} = b \frac{PS}{RS} \text{ y } \frac{b}{PQ} + \frac{a}{PS} = \frac{a+b}{3}$$

Calcular PS.

A) 1 B) 2 C) 3
D) $a+b$ E) $\frac{a+b}{3}$

33. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D tales que $AB=2$, $CD=4$; $AC \cdot BD = 24$. Calcular BC.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 2,5 E) 1,5

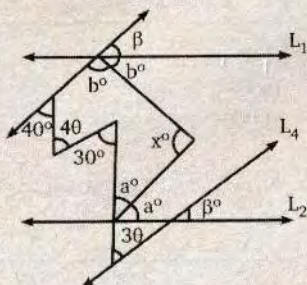
34. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D tales que :

$$\frac{AB}{BC} = 2 \frac{AD}{CD} \text{ y } \frac{2}{AB} + \frac{1}{AD} = \frac{3}{2}$$

Calcular AC.

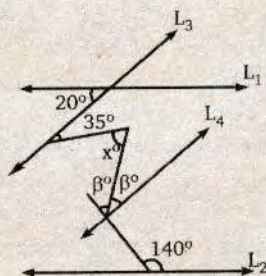
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 1,5 E) 2,5

35. Calcular el valor de x, si $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$.



- A) 95 B) 105 C) 115
D) 125 E) 85

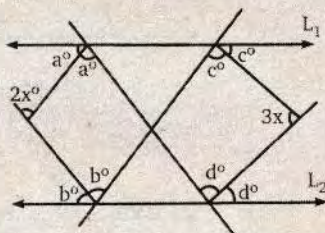
36. Del gráfico, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$ y $\overline{L_3} \parallel \overline{L_4}$. Calcular el valor de X.



- A) 55 B) 65 C) 75
D) 85 E) 95

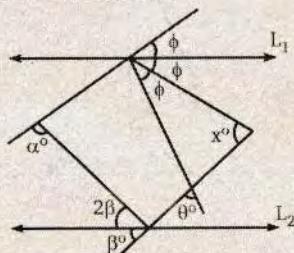
37. En la figura, calcular el valor de x si:

$$\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$$



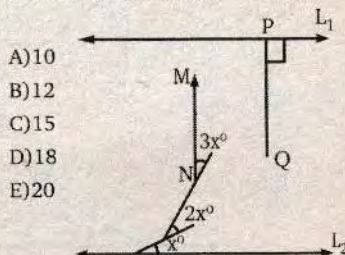
- A) 18° B) 20° C) 22°
D) 36° E) 26°

38. De la figura $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$, $\alpha + \theta = 210$. Calcular el valor de X.



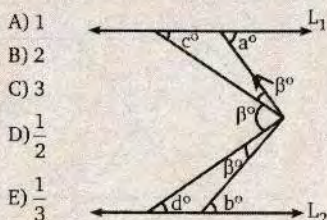
- A) 40 B) 50 C) 60
D) 30 E) 72

39. En La figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$ y $\overline{MN} \parallel \overline{PQ}$. Calcular el valor de X.



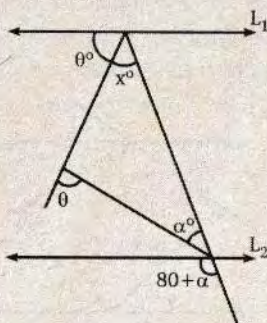
- A) 10
B) 12
C) 15
D) 18
E) 20

40. Del gráfico, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular: $\frac{a+b}{c+d}$



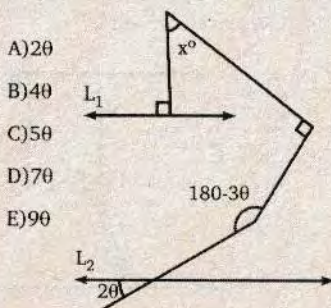
- A) 1
B) 2
C) 3
D) $\frac{1}{2}$
E) $\frac{1}{3}$

41. En la figura, calcular el valor de x si $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$.



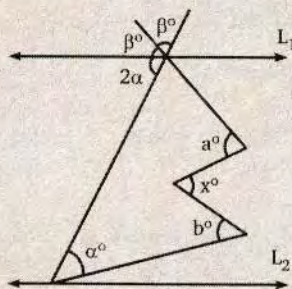
- A) 20 B) 30 C) 40
D) 80 E) 60

42. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular X en función de θ .



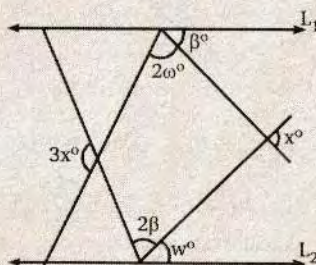
- A) 2θ
B) 4θ
C) 5θ
D) 7θ
E) 9θ

43. De la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular el valor de X si $a+b=140$



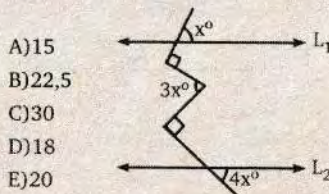
- A) 30 B) 40 C) 50
D) 60 E) 70

44. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular el valor de X .



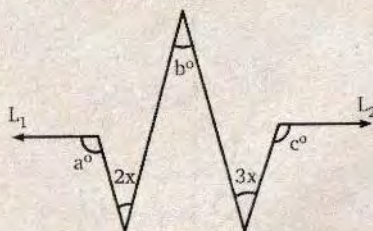
- A) 50 B) 60 C) 40
D) 30 E) 72

45. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular el valor de X .



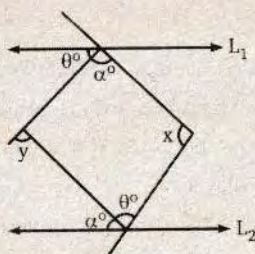
- A) 15
B) 22,5
C) 30
D) 18
E) 20

46. Del gráfico, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular el valor X, si $a+b+c=280$.



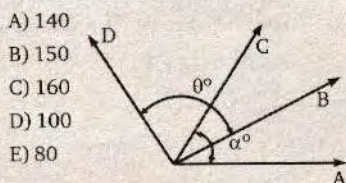
- A) 20 B) 40 C) 25
D) 30 E) 15

47. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. calcular $\frac{x}{y}$.



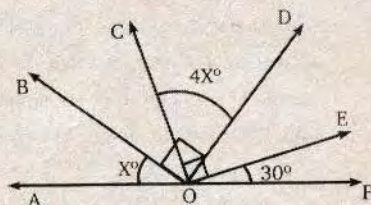
- A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{3}$ E) 3

48. Del gráfico; calcular $\alpha + \theta$, si el ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD mide 80.



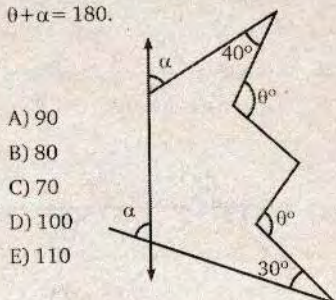
- A) 140
B) 150
C) 160
D) 100
E) 80

49. Calcule el valor de X.



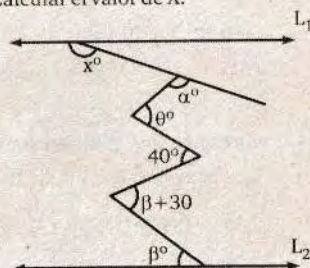
- A) 5 B) 10 C) 15
D) 20 E) 12

50. Del gráfico, calcular el valor de x. si:
 $\theta + \alpha = 180$.



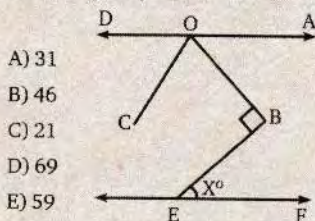
- A) 90
B) 80
C) 70
D) 100
E) 110

51. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$ y $\alpha + \theta = 140$. Calcular el valor de X.



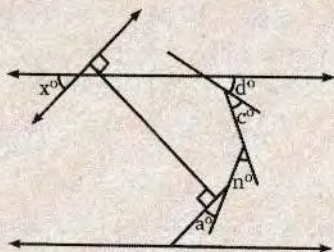
- A) 110 B) 120 C) 130
D) 140 E) 150

52. En la figura, los ángulos AOB, BOC y COD tienen medidas en progresión aritmética. Calcular el valor de X, cuando el $m\angle AOB$ toma su mínimo valor entero, sabiendo que el ángulo COD es agudo y $\overline{DA} \parallel \overline{EF}$.



- A) 31
B) 46
C) 21
D) 69
E) 59

53. Del gráfico, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular el valor x si $a+b+c+d=160$.

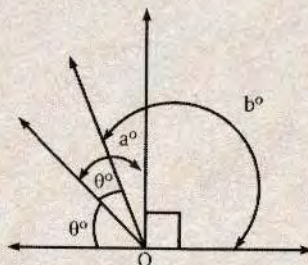


- A) 10 B) 15 C) 20
D) 25 E) 30

54. sobre una recta se dan los puntos consecutivos A, B, C y D. Si $BD=8$ cm. y $(AB - CD)(AD + BC) = 17 \text{ cm}^2$, hallar AC.

- A) 4 B) 5 C) 9
D) 8 E) 10

55. De la figura, calcular $\frac{a}{b}$.



- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

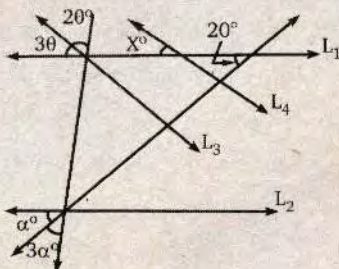
56. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C y D, tal que BC es menor que CD. Si M y N son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{BD}$ respectivamente. Hallar BC, si $AB = 4$ cm., $MN = 16$ cm, y $CD = 18$ cm.

- A) 15 B) 13 C) 12
D) 8 E) 10

57. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos P, Q, R y S. si $PQ = 3$ cm. y $RS = 1$ cm., hallar la distancia entre los puntos medios de $\overline{PR}$ y $\overline{QS}$, si ambos están entre Q y R.

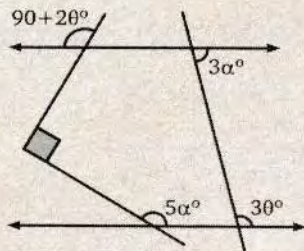
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

58. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$ y $\overline{L_3} \parallel \overline{L_4}$. Calcular el valor de X.



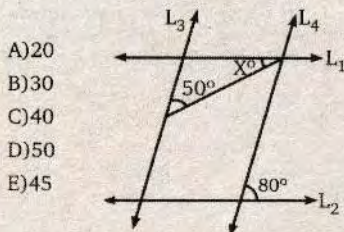
- A) 18 B) 30 C) 36
D) 60 E) 72

59. En la figura $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular el valor de α .



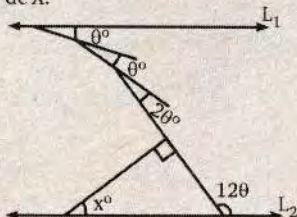
- A) 10 B) 20 C) 25
D) 30 E) 15

60. Del gráfico, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$ y $\overline{L_3} \parallel \overline{L_4}$. Calcular el valor de X.



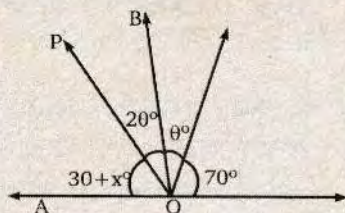
- A) 20
B) 30
C) 40
D) 50
E) 45

61. Del gráfico $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular el valor de X.



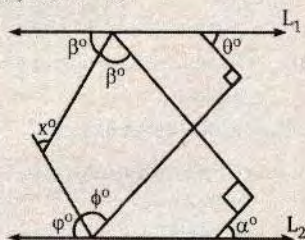
- A) 30 B) 36 C) 45
D) 54 E) 60

62. En el gráfico, $\overline{OP}$ es la bisectriz de ángulo AOB. Calcular el valor de X.



- A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 22

63. En la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular el valor de X, si $\alpha + \theta = 60$.



- A) 80 B) 80 C) 30
D) 60 E) 70

64. Los puntos A, M, B y N se ubican consecutivamente en una recta. Hallar AB, Si:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{BN} \text{ y } \frac{1}{AM} + \frac{1}{AN} = \frac{1}{5}$$

- A) 7 B) 9 C) 12
D) 8 E) 10
65. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C, D y E. Si $AB + CE = 18$, $BE - CD = 10$ y $AE - DE = 12$, hallar AE.
- A) 18 B) 20 C) 24
D) 26 E) 22
66. Al dividir un cierto segmento en partes directamente proporcionales a $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$, se obtienen tres segmentos, el segundo de los cuales mide 12 cm. La suma, en centímetros, de los segmentos 2° y 3° , es:
- A) 24 B) 30 C) 36
D) 42 E) 48
67. Sobre una recta se ubican seis puntos consecutivos A, B, C, D, E y F. Sabiendo que se cumple:
- $$AC + BD + CE + DF = 91 \text{ y } BE = \frac{5}{8} AF.$$

¿Cuál es la longitud $\overline{AF}$?

- A) 52 B) 48 C) 54
D) 64 E) 56

68. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, M, C, D, N y E, de modo que M es punto medio de $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$, y N es puntos medio de $\overline{DE}$. Sabiendo que: $AD = 18$ m., $BE = 16$ m. y $CN = 11$ m. Calcule: MN y AC

- A) 11 m. y 8 m. B) 12m. y 10m.
C) 12m. y 11m.
D) 13m. y 12m. E) 8m. y 11m.

69. Sobre una recta se dan consecutivamente los puntos A, B, C y D. Se sabe

$$\text{que, } BC^2 = AB \cdot CD \text{ y } \frac{1}{AC} + \frac{1}{BD} = \frac{1}{8}$$

¿Cuántos vale BC?

- A) 12 B) 10 C) 7
D) 8 E) 5

70. Sobre una recta se tiene los puntos consecutivos A, B y C, tal que:

$AB - BC = 12$ cm. Hallar la longitud del segmento que tiene por extremos el punto "B" y el punto medio del segmento que se forma al unir los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$

- A) 2 B) 4 C) 1
D) 3 E) 5

71. En una recta se ubican consecutivamente los puntos A, B, C, D y E, tal que $BD + AC + BE + AD + CE = AE$.

BD. Hallar x, si: $x = \frac{1}{AE} + \frac{1}{BD}$

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2
D) $\frac{3}{2}$ E) 3

72. Sobre una recta se toman consecutivamente los puntos A, B, C, D, E y F. Luego, se toman los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{EF}$, tales como M y N respectivamente. Hallar MN, si:
 $AC = 20$, $BD = 22$, $CE = 30$ y $DF = 40$.

- A) 50 B) 45 C) 56
D) 60 E) 66

73. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C, D, E y F; tal que $AC + BD + CE + DF = 42$ cm y $\frac{BE}{AF} = \frac{5}{9}$. Hallar BE.

- A) 18 B) 15 C) 14
D) 13 E) 20

74. En una recta se toman consecutivamente los puntos medios A, B, M, y C, siendo "M" puntos medio de $\overline{BC}$.

Hallar: $\frac{AB^2 + AC^2}{AM^2 + BM^2}$

- A) 2 B) 3 C) 1
D) 4 E) 5

75. Se dan los ángulos consecutivos $\widehat{DOC}$, $\widehat{COB}$, $\widehat{BOX}$ y $\widehat{XOA}$, siendo $\widehat{COX} \cong \widehat{XOA}$, $m\angle AOB \cdot m\angle BOD = m\angle BOC \cdot m\angle AOD$
 $m\angle XO B \cdot m\angle XOD = 20^2$. Hallar $\widehat{AOC}$.

- A) 20 B) 30 C) 40
D) 50 E) 60

76. Se tiene tres ángulos consecutivos $\widehat{AOC}$, $\widehat{COB}$ y $\widehat{BOD}$. Se trazan las bisectrices $\overline{OM}$; $\overline{OY}$; $\overline{OZ}$ de los ángulos $\angle AOB$, $\angle BOD$ y $\angle MOY$; respectivamente. Hallar $m\angle COZ$, si:
 $m\angle YOC - m\angle MOA = 24^\circ$

- A) 10° B) 12° C) 15°
D) 8° E) 9°

77. Sean los ángulos consecutivos $\widehat{AOB}$ y $\widehat{BOC}$, tal que $m\angle BOC = m\angle AOB + 4k^\circ$. Se trazan las bisectrices de los ángulos $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ y $\widehat{XOY}$; tales como $\overline{OM}$; $\overline{OY}$; $\overline{OZ}$ respectivamente. Hallar $m\angle BOZ$.

- A) $k^\circ/3$ B) $k^\circ/2$ C) $2k^\circ$
D) k° E) $3k^\circ$

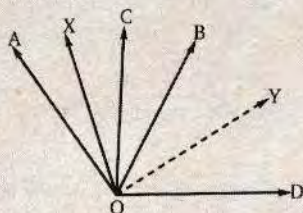
78. Se tienen dos ángulos consecutivos $\widehat{AOB}$ y $\widehat{BOC}$, si las bisectrices de los $\widehat{AOB}$ y $\widehat{AOC}$ forman un ángulo de 40° . Hallar $\widehat{BOC}$.

- A) 80° B) 60° C) 70°
D) 50° E) 40°

79. Se tienen dos ángulos consecutivos $\widehat{AOB}$ y $\widehat{BOC}$, siendo $m\angle BOC = x^\circ + m\angle AOB$; se trazan $\overline{OF}$, $\overline{OH}$ y $\overline{OZ}$ bisectrices de los ángulos $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ y $\widehat{FOH}$ respectivamente. Hallar x° , si $m\angle BOZ = 11^\circ$.

A) 40° B) 44° C) 37°
D) 50° E) 45°

80. En la figura $\overline{OX}$ es la bisectriz del ángulo $\widehat{AOC}$ y $\overline{OY}$ es la bisectriz del ángulo $\widehat{BOD}$. El ángulo $\widehat{COD}$ mide 99° . El ángulo $\widehat{XOY}$ mide 90° . Calcular el ángulo $\widehat{AOB}$:



A) 88° B) 81° C) 99°
D) 100° E) 70°

81. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, M, N, R. Si $(AM)(AR) = 3(MN)(NR)$ y

$$\frac{m}{NR} = \frac{n}{AM} - \frac{\ell}{AN},$$

Calcule $m + n + \ell$.

A) 16 B) 8 C) 12
D) 14 E) 18

82. Se tiene los ángulos consecutivos $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ y $\widehat{COD}$. Si $m\angle AOB = 3(m\angle COD)$, $m\angle AOC = 120^\circ$ y $m\angle BOD = 100^\circ$, calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos $\widehat{BOC}$ y $\widehat{AOD}$.

A) 6° B) 5° C) 8°
D) 10° E) 12°

83. Sobre una línea recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D, tal

$$\text{que } \frac{a}{AC} + \frac{b}{CD} = \frac{e}{AB} + \frac{d}{BD} \text{ y}$$

$$(BD)(CD) = (AC - BD)(AD)$$

Calcule e.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 1,5 E) 2,5

84. Sobre una recta, se ubican los puntos consecutivos M, A y B, siendo O el punto medio de AB. Calcule el valor de K para que se cumpla la siguiente igualdad $(MA)^2 + (MB)^2 = K[(MO)^2 + (AO)^2]$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

85. Se tienen los ángulos consecutivos $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$ y $\widehat{COD}$. Si luego se trazan las bisectrices $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ y $\overline{OZ}$ de los ángulos $\widehat{AOB}$, $\widehat{COD}$ y $\widehat{XOY}$ respectivamente y $m\angle XOC + m\angle XOD - 4(m\angle BOZ) = 80^\circ$, calcule $m\angle AOB$.

A) 10° B) 20° C) 40°
D) 60° E) 80°

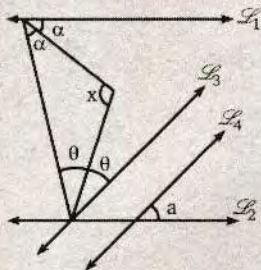
86. Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E tal que

$$\frac{AC + BD + CE}{2(AE) - AB - DE} = 2^{n+1}$$

Calcule n.

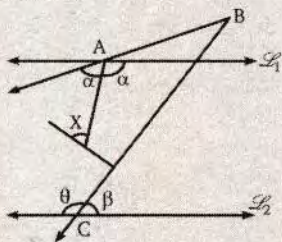
A) 3 B) 2 C) 1
D) 0 E) -1

87. De la figura $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$ y $\overline{L_3} \parallel \overline{L_4}$. Si $a < 60^\circ$, calcule el mayor valor entero X.



- A) 119° B) 120° C) 115°
D) 121° E) 125°

88. De la figura, $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Si $\angle ABOC$ es agudo, calcule el máximo valor entero de X.

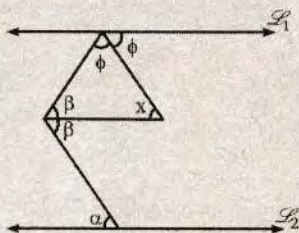


- A) 30° B) 46° C) 45°
D) 44° E) 60°

89. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tal que:
 $m\angle AOB + m\angle COD = \beta$. Calcule la medida del ángulo que forman las bisectrices de los ángulos BOD y AOC.

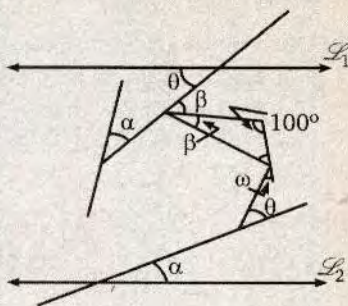
- A) $\frac{\beta}{2}$ B) $\frac{\beta}{3}$ C) $\frac{\beta}{4}$
D) $\frac{\beta}{6}$ E) $\frac{\beta}{8}$

90. En la figura $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Si $a < 90^\circ$, calcule el mínimo valor entero de X.



- A) 44° B) 45° C) 89°
D) 91° E) 46°

91. Según la figura $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcule α .



- A) 10° B) 25° C) 20°
D) 16° E) 40°

92. Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D, tal que
 $(AB)(CD) = (AD)(BC)$, $(BC)(CD) = 28$
y $CD - BC = 7$. Calcule AC.

- A) 2 B) 26 C) 8
D) 10 E) 12

93. En una recta, se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D. Se cumple que la relación $4(AB) - BD - 2(CD) = 4$, $AB = 3$ y $AC = 5$, calcule AD.

A) 2 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

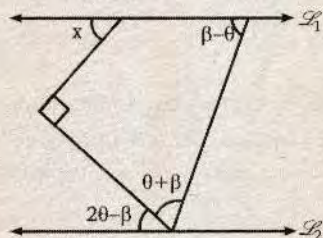
94. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E, de modo que AB, BC, CD y ED están en progresión geométrica. Si $AE = 8$, calcule: $\frac{(AC)(AB + CD)}{AB}$

A) 4 B) 16 C) 32
D) 8 E) 2

95. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tal que $m\angle AOB - m\angle COD = 16^\circ$. Calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOD y BOC.

A) 5° B) 6° C) 7°
D) 8° E) 10°

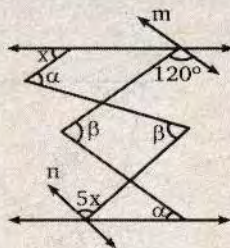
96. Según la figura, $\overline{\mathcal{L}}_1 \parallel \overline{\mathcal{L}}_2$. Si θ toma su mínimo valor entero, calcule X.



A) 45° B) 37° C) 74°
D) 86° E) 120°

97. En la figura $\overline{\mathcal{L}}_1 \parallel \overline{\mathcal{L}}_2$ y $\overline{m} \parallel \overline{n}$. Calcule X.

A) 18°
B) 20°
C) 22°
D) 24°
E) 26°

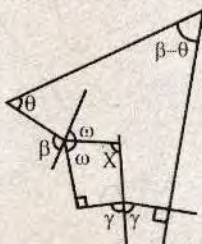


98. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tal que los ángulos AOC y BOD son suplementarios. Si la $m\angle AOB = 2(m\angle COD)$ y $m\angle BOC = 42^\circ$, calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD.

A) 90° B) 94° C) 98°
D) 100° E) 104°

99. Según la figura, calcule la X.

A) 80°
B) 120°
C) 110°
D) 90°
E) 105°



100. Se tienen los ángulos adyacentes AOB y BOC, tal que

$$\frac{m\angle AOB}{2} = \frac{m\angle BOC}{3} = \frac{m\angle COA}{5}$$

Calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y BOC.

A) 30° B) 45° C) 60°
D) 90° E) 120°



CLAVES

1	C
2	B
3	A
4	B
5	B
6	C
7	C
8	D
9	B
10	B
11	C
12	B
13	E
14	D
15	B
16	B
17	C
18	C
19	C
20	C
21	E
22	C
23	A
24	B
25	C

26	B
27	B
28	D
29	B
30	C
31	B
32	C
33	B
34	B
35	B
36	E
37	A
38	B
39	C
40	C
41	C
42	C
43	C
44	B
45	B
46	A
47	B
48	C
49	B
50	E

51	C
52	E
53	C
54	C
55	C
56	E
57	B
58	D
59	B
60	B
61	C
62	C
63	D
64	E
65	B
66	C
67	E
68	B
69	D
70	D
71	A
72	C
73	B
74	A
75	C

76	B
77	D
78	A
79	B
80	B
81	B
82	D
83	A
84	B
85	C
86	E
87	A
88	D
89	A
90	E
91	C
92	C
93	D
94	D
95	D
96	D
97	B
98	A
99	D
100	D

**EXÁMENES
DE ADMISIÓN
UNT - UNIVASU**

UNI - 2000 - I

PROBLEMA 01: Tres circunferencias de radio R son tangentes entre si dos a dos. Si una circunferencia de radio $r < R$ es tangente de las tres anteriores, entonces el valor de r es

A) $\frac{R}{\sqrt{3}}$

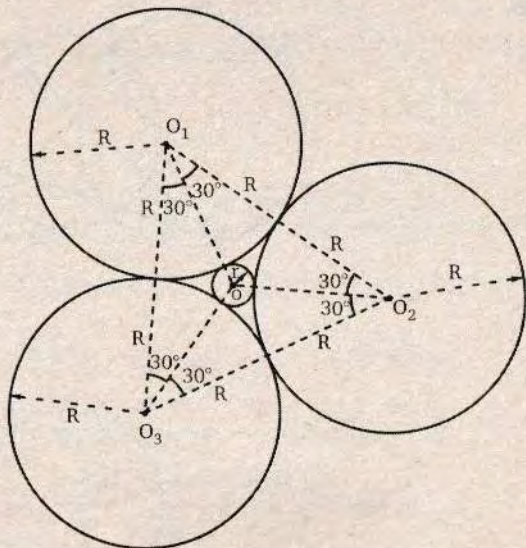
B) $R(\sqrt{3} - 1)$

C) $R\left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1\right)$

D) $\frac{R}{6}$

E) $\frac{R}{3}$

Resolución:

Piden r ($r < R$)Como O es circuncentro, en centro del triángulo equilátero $O_1O_2O_3$

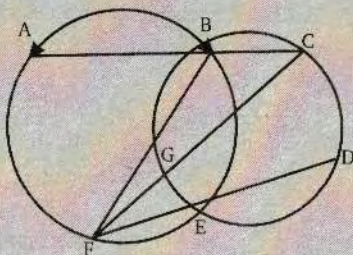
$$\rightarrow (R + r)\sqrt{3} - 2R$$

$$\therefore r = R\left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1\right)$$

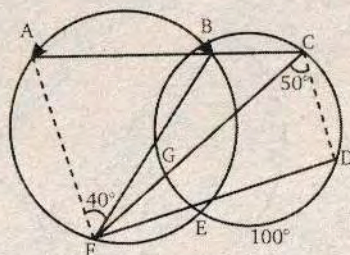
Rpta.: C

PROBLEMA 02: En la figura mostrada, halle la medida del ángulo BFC, si los arcos AB y DEG miden 80° y 100° , respectivamente.

- A) 20°
 B) 15°
 C) 30°
 D) 10°
 E) 25°

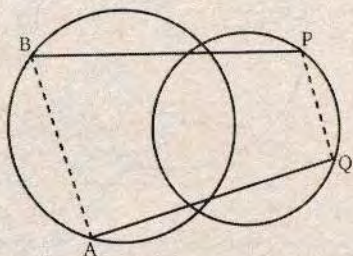


Resolución:



Piden x

Sabemos



Luego, por ángulos alternos internos

$$40^\circ + x = 50^\circ$$

$$\therefore x = 10^\circ$$

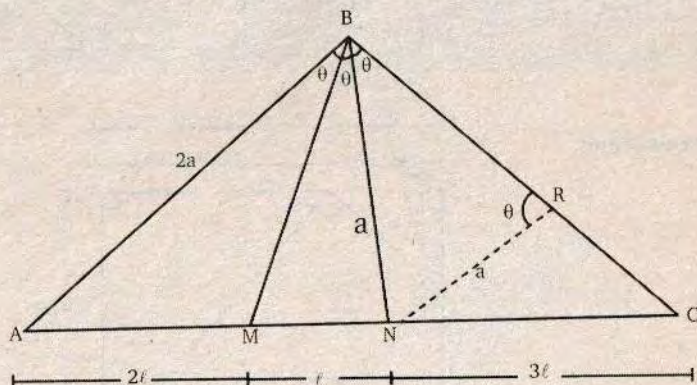
Rpta.: D

SEGMENTOS - ÁNGULOS

PROBLEMA 03: En un triángulo ABC, M y N son puntos de $\overline{AC}$. Si los segmentos $\overline{BM}$ y $\overline{BN}$ dividen al ángulo B en tres ángulos iguales y al lado $\overline{AC}$ en segmentos proporcionales de a 2; 1 y 3 calcule la medida del ángulo B/2.

A) $22,5^\circ$ B) $67,5^\circ$ C) $72,5^\circ$ D) $53,5^\circ$ E) 60°

Resolución:



Piden: $\frac{m\angle ABC}{2}$

Teorema de la bisectriz interior:

Si $\overline{NR}$: Base media

$$\rightarrow NR = a$$

Luego del $\triangle BRN$ isósceles:

$$\rightarrow m\angle BRN = \theta$$

Por ángulos conjugados:

$$3\theta + \theta = 180^\circ$$

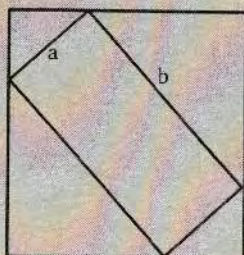
$$\theta = 45^\circ$$

$$\therefore \frac{m\angle ABC}{2} = 67,5^\circ$$

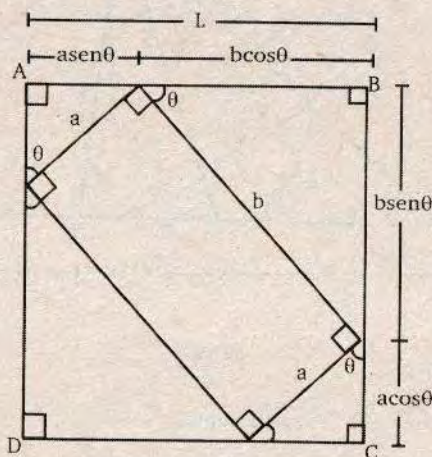
Rpta.: B

PROBLEMA 04: En la figura se tiene un cuadrado de lado L . En el se inscribe un rectángulo de lados a y b . Entonces el valor de L es.

- A) $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$
 B) $\sqrt{a^2 + b^2}$
 C) $\sqrt{ab}$
 D) $\frac{a+b}{2}$
 E) $2\sqrt{ab}$



Resolución:



Del gráfico (ABCD cuadrado)

$$L = a \operatorname{sen} \theta + b \cos \theta = a \cos \theta + b \operatorname{sen} \theta$$

$$(a - b) \operatorname{sen} \theta = (a - b) \cos \theta$$

Como a y b son diferentes (rectángulo), entonces

$$\tan \theta = 1 \rightarrow \theta = 45^\circ$$

Entonces:

$$L = \frac{a}{\sqrt{2}} + \frac{b}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore L = \frac{a+b}{\sqrt{2}}$$

Rpta.:A

PROBLEMA 05: Se tiene una pirámide $V - ABCD$, tal que $ABCD$ es un paralelogramo cuyas diagonales miden $AC = 10$ cm y $BD = 8$ cm. Halle(en cm^2) el valor de:

$$E = (VA)^2 + (VC)^2 - (VD)^2 - (VB)^2$$

A) 24

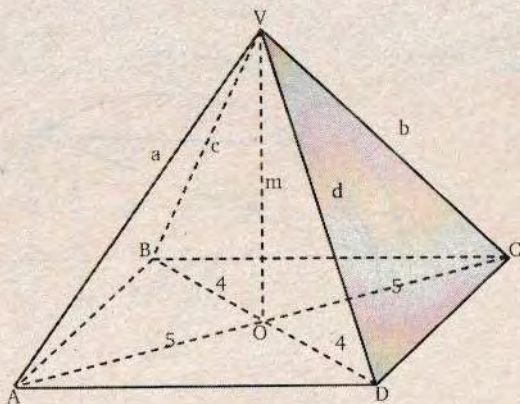
B) 20

C) 28

D) 16

E) 18

Resolución:



Piden : $E = a^2 + b^2 - c^2 - d^2$

Datos : $AC = 10$ y $BD = 8$

Por propiedad de paralelogramo:

$$AO = OC \text{ y } BO = OD$$

$\triangle VAC$: Teorema de la mediana.

$$a^2 + b^2 = 2m^2 + \frac{10^2}{2}$$

$\triangle VBD$: Teorema de la mediana

$$c^2 + d^2 = 2m^2 + \frac{8^2}{2}$$

Restando (I) y (II) $\rightarrow a^2 + b^2 - c^2 - d^2 = \frac{10^2}{2} - \frac{8^2}{2}$

$$\therefore E = a^2 + b^2 - c^2 - d^2 = 18$$

Rpta.: E

PROBLEMA 06: Un triángulo equilátero y un hexágono regular se inscriben en una circunferencia de radio $R = \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)$ de modo que un lado del triángulo y un lado del hexágono sean bases de un trapecio inscrito a la misma circunferencia. El valor de la diagonal del trapecio es

A) $2(\sqrt{3} - 1)$

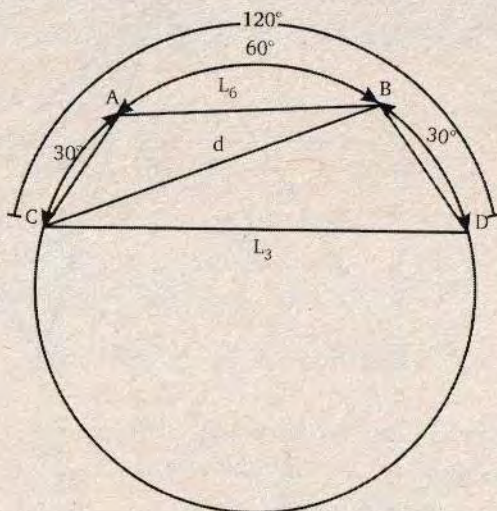
B) 2

C) 3

D) $\sqrt{2}$

E) $\sqrt{3}$

Resolución:



Dato : $R = \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)$

Piden d: $AB = L_6 \rightarrow m\widehat{AB} = 60^\circ$

$CD = L_3 \rightarrow m\widehat{CD} = 120^\circ$

Como $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$: $m\widehat{AC} = m\widehat{BD} = 30^\circ$

$\rightarrow m\widehat{BC} = 90^\circ$

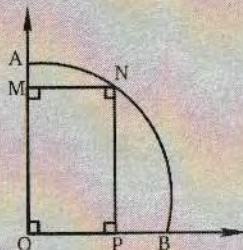
$d = R\sqrt{2}$

$\therefore d = 2(\sqrt{3} - 1)$

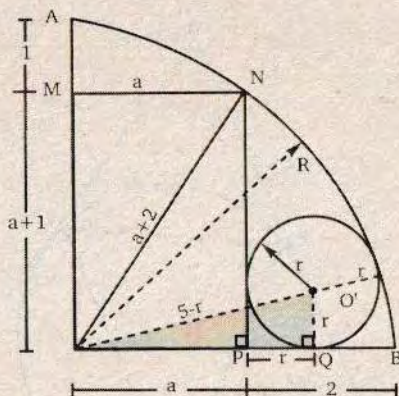
Rpta.:A

PROBLEMA 07: En la figura adjunta se tiene que AOB es un cuadrante $OMNP$ es un rectángulo. Si $AM=1$ y $PB=2$, el radio de la circunferencia que se inscribe en el semisegment circular PNB es.

- A) $4(\sqrt{5} + 2)$
- B) $4(\sqrt{5} - 2)$
- C) $8(\sqrt{5} - 2)$
- D) $8(\sqrt{5} + 2)$
- E) $2(\sqrt{5} - 2)$



Resolución:



Piden : r

Datos : $AM = 1$ y $PB = 2$

$\triangle OMN$ Teorema de Pitágoras:

$$(a+2)^2 = (a+1)^2 + a^2$$

$$a = 3 \rightarrow R = 5$$

$\triangle OQO$: Teorema de Pitágoras:

$$(5-r)^2 = (3+r)^2 + r^2$$

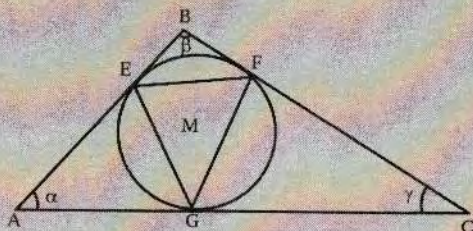
$$25 + r^2 - 10r = 9 + 6r + r^2 + r^2$$

Luego : $\therefore r = 4(\sqrt{5} - 2)$

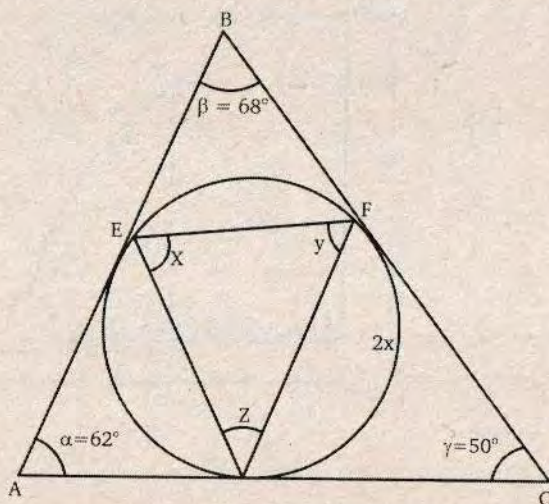
Rpta.:B

PROBLEMA 08: En un triángulo ABC cuyos ángulos miden $\alpha = 62^\circ$, $\beta = 68^\circ$ y $\gamma = 50^\circ$ se dibuja una circunferencia inscrita, cuyos puntos de tangencia son E, F, G, como se muestra en la figura. Entonces los ángulos GEF, EFG y FGE valen, respectivamente.

- A) $65^\circ; 59^\circ; 56^\circ$
 B) $60^\circ; 60^\circ; 60^\circ$
 C) $50^\circ; 62^\circ; 68^\circ$
 D) $68^\circ; 50^\circ; 62^\circ$
 E) $62^\circ; 68^\circ; 50^\circ$



Resolución:



Piden : $m\angle GEF = x; m\angle EFG = y$ $\wedge$
 $m\angle FGE = z$

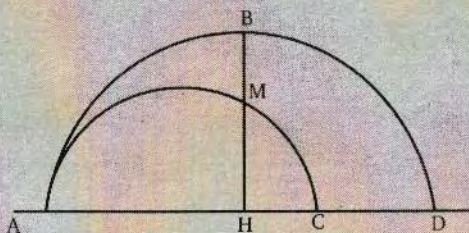
Por ángulo inscrito: $m\widehat{FG} + m\angle FCG = 180^\circ$
 $2x + 150 = 180^\circ$
 $x = 65^\circ$

Análogamente: $y = 59^\circ$
 $z = 56^\circ$

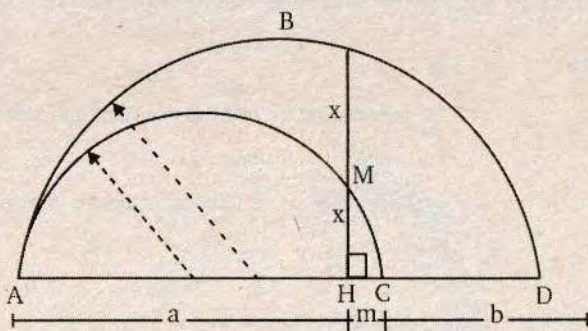
Rpta.: A

PROBLEMA 09: En la figura AC y AD son diámetros de las circunferencias. Si $BM = MH$ y $AH \cdot CD = 27$ entonces el valor de BH es:

- A) 5
- B) 4
- C) 6
- D) 7
- E) 3



Resolución:



Piden : $BH = 2x$

Dato : $ab = 27$

Por relaciones métricas:

$$\left. \begin{aligned} (2x)^2 &= a(b + m) \\ x^2 &= am \end{aligned} \right\} (-)$$

$$3x^2 = ab$$

$$3x^2 = 27$$

$$x = 3$$

$$\therefore 2x = 6$$

Rpta.: C

PROBLEMA 10: Indique cual o cuales de las siguientes proposiciones son verdaderas.

- I. Las áreas de dos polígonos regulares del mismo número de lados son proporcionales a sus perímetros.
- II. Dos polígonos regulares del mismo número de lados, uno circunscrito y el otro inscrito a una misma circunferencia son semejantes.
- III. Si unimos consecutivamente los puntos medios de los lados de un polígono regular obtenemos un polígono regular semejante al polígono dado.

A) Sólo II

B) I y II

C) Sólo II

D) II y III

E) Todas

Resolución:

I. Falsa

Por teorema, si dos polígonos regulares tienen igual número de lados estos son semejantes, entonces las áreas de las regiones poligonales son proporcionales a los cuadrados de las longitudes de sus elementos homólogos.

II. Verdadera

Siendo dos polígonos regulares del mismo número de lados inscrito y circunscrito a una misma circunferencia sus líneas homólogas son de diferente longitud, entonces dichos polígonos son semejantes.

III. Verdadera

Si se unen los puntos medios de los lados de un polígono regular en forma consecutiva se forma otro polígono regular de igual número de lados que el polígono original, pero de diferente tamaño, entonces dichos polígonos son semejantes.

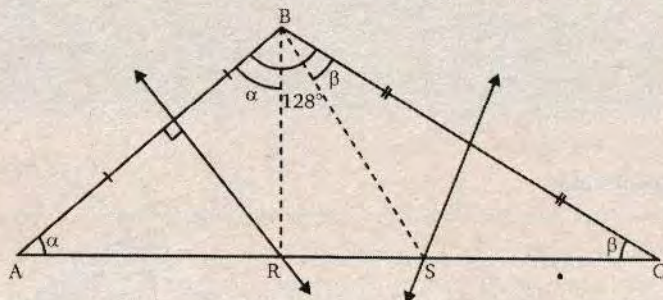
Rpta.:D

UNI - 2000 - II

PROBLEMA 12: En un triángulo ABC, la medida del ángulo ABC es igual a 128° . Las mediatrices de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ cortan a $\overline{AC}$ en los puntos R y S, respectivamente. Luego, la suma de las medidas de los ángulos ABR y SBC es:

- A) 40° B) 48° C) 50°
D) 52° E) 64°

Resolución:



Piden: $\alpha + \beta$

Dato: $m\angle ABC = 128^\circ$

Δ isósceles ABR

Δ isósceles BSC

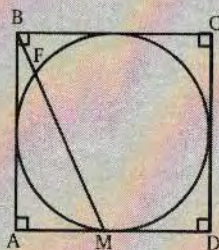
Luego: $\Delta ABC: \alpha + \beta + 128^\circ = 180^\circ$

$$\therefore \alpha + \beta = 52^\circ$$

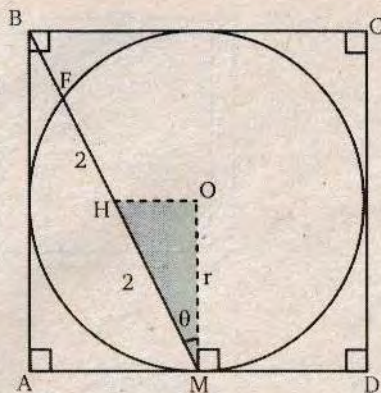
Rpta.: D

PROBLEMA 13: En la siguiente figura, M es punto de tangencia. Si $FM = 4u$, entonces la longitud de la circunferencia es

- A) $\frac{3}{2}\sqrt{5}u$
B) $2\sqrt{5}\pi u$
C) $2\sqrt{5}\pi u$
D) $2\sqrt{5}u$
E) $3\pi u$

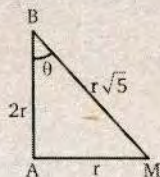


Resolución:



$$\Delta OHM : r = 2 \sec \theta$$

De la figura:



$$\Rightarrow \sec \theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Se pide la longitud de la circunferencia.

$$\ell = 2\pi(2 \sec \theta)$$

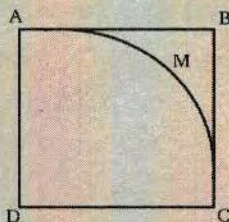
$$\therefore \ell = 2\pi\sqrt{5} \text{ u}$$

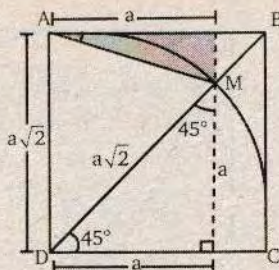
Rpta.:C

PROBLEMA 14:

En la figura mostrada, si ABCD es un cuadrado, ADC un sector circular y M es el punto medio de AC, entonces la tangente del ángulo MAB es

- A) $-1 + \sqrt{2}$
- B) $1 + \sqrt{2}$
- C) $-1 + \sqrt{3}$
- D) $1 + \sqrt{3}$
- E) 1



Resolución:Sea : $DN = a$ Entonces : $DM = AD = a\sqrt{2}$

En el triángulo rectángulo sombreado APM

$$\tan \theta = \frac{a\sqrt{2} - a}{a}$$

Simplificando:

$$\therefore \tan \theta = \sqrt{2} - 1$$

Rpta.:A**PROBLEMA 15:**

Se obtiene un triángulo isósceles uniendo los vértices de un lado de un pentágono regular al vértice opuesto a este lado. La razón del perímetro del pentágono al lado del triángulo formado es igual a.

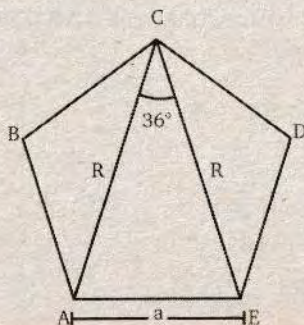
A) $1 + \sqrt{5}$

B) $-4 + 2\sqrt{5}$

C) $5(-2 + \sqrt{5})$

D) $3\sqrt{5}$

E) $-3 + 4\sqrt{5}$

Resolución:

Piden : $\frac{2p_{\triangle ABCDE}}{2p_{\triangle ACE}} = K$

Dato ABCDE pentágono regular

Sea : $AE = a$ y $AC = CE = R$

$$\rightarrow K = \frac{5a}{2R + a}$$

Por teorema $m\angle ACE = 36^\circ$

$\triangle ACE$: triángulo elemental del pentágono regular

$$\rightarrow a = R \frac{(\sqrt{5} - 1)}{2} \rightarrow R = \frac{a(\sqrt{5} + 1)}{2}$$

$$\therefore K = 5(-2 + \sqrt{5})$$

Rpta.: C

PROBLEMA 16:

En un triángulo ABC, recto en B, se traza la altura $\overline{BH}$ relativa al lado $\overline{AC}$. Por un punto R de $\overline{HC}$ se traza la recta perpendicular a $\overline{AB}$ que corta a $\overline{BH}$ en Q y a $\overline{AC}$ en P. Si $CR = RQ$, $PQ = 3,5$ u y $HC = 6,5$ u, entonces la medida de $\overline{BC}$ es:

A) 8,25 u

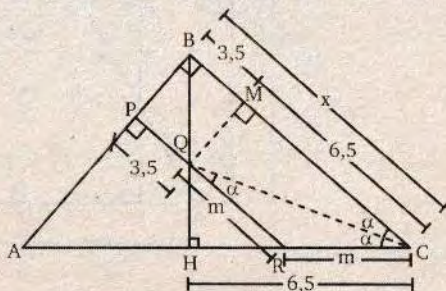
B) 9,5 u

C) 10 u

D) 10,5 u

E) 11 u.

Resolución:



Piden: $BC = x$

Graficando los datos podemos concluir que:

$\triangle QRC$: isósceles $\wedge$ $\overline{CQ}$: bisectriz del $\angle BCA$

Por teorema de la bisectriz:

$$HC = MC = 6,5$$

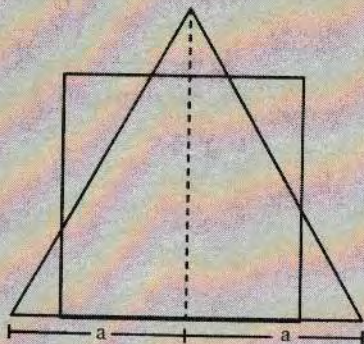
Además: $BM = 3,5$

$$\therefore x = 10 \text{ u}$$

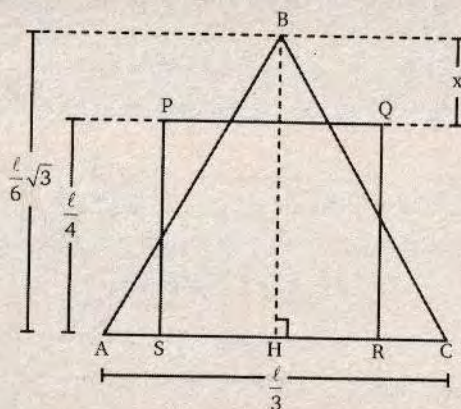
Rpta.: C

PROBLEMA 17: Dados un cuadrado y un triángulo equilátero con el mismo perímetro ℓ , dispuestos tal como se indica en la figura, la distancia mínima entre el vértice superior del triángulo y el cuadrado es

- A) $\frac{\ell}{24}$
 B) $\frac{\ell}{12}$
 C) $\ell\left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{4}\right)$
 D) $\ell\left(\frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{4}\right)$
 E) $\ell\left(\frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{8}\right)$



Resolución:



Piden :

$$d(B; \overline{PQ}) = x$$

Dato :

$\triangle ABC$: equilátero

$\square PQRS$: cuadrado

Se observa :

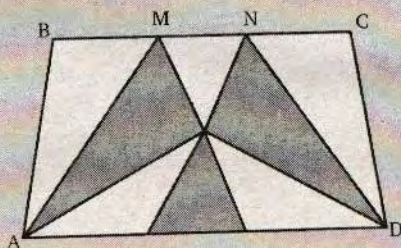
$$x = BH - QR = \frac{\ell}{6}\sqrt{3} - \frac{\ell}{4}$$

$$\therefore x = \ell\left(\frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{4}\right)$$

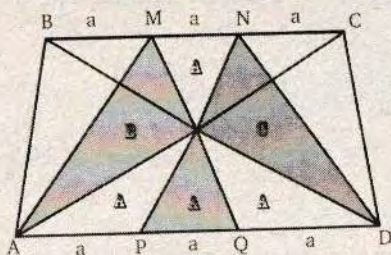
Rpta.: D

PROBLEMA 18: Si x es el área del paralelogramo ABCD y $BM = MN = NC$, entonces el área de la región sombreada es:

- A) $\frac{1}{4}x$
- B) $\frac{3}{4}x$
- C) $\frac{1}{3}x$
- D) $\frac{7}{12}x$
- E) $\frac{5}{12}x$



Resolución:



Piden la suma de las áreas de las regiones sombreadas:

$$S = \alpha + \beta + \gamma$$

AMNP: romboide $\rightarrow$ Por propiedad: $\beta = 2\alpha$

MNDQ: romboide $\rightarrow$ Por propiedad: $\gamma = 2\alpha$

Luego: $S = 5\alpha$

$$\alpha_{BCD} = x = 12 \rightarrow \alpha = \frac{x}{12}$$

$$\therefore S = \frac{5}{12}x$$

Rpta.:E

PROBLEMA 19: Por el vértice A de un $\triangle ABC$ inscrito en una circunferencia, se traza una paralela a la tangente de la circunferencia en el punto B. Esta paralela interseca a la prolongación del lado $\overline{BC}$ en el punto E. Si $AB = 6$ m y $BC = 2$ m. Entonces CE mide:

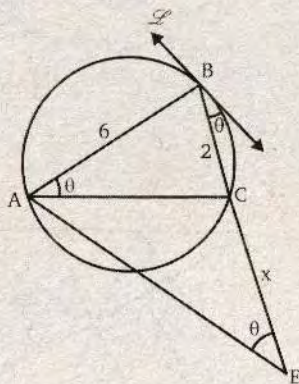
A) 8 m

B) 10 m

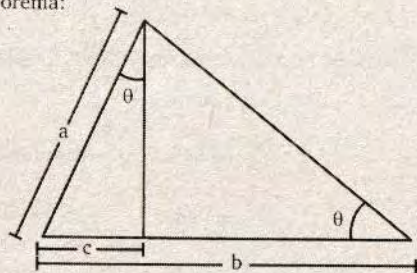
C) 12 m

D) 16 m

E) 18 m

Resolución:Piden $CE = x$ Datos $AB = 6$ m; $BC = 2$ m y $\overline{AE} \parallel \overline{AB}$

Teorema:



$$a^2 = bc$$

En el $\triangle ABE$

$$6^2 = (2 + x)2$$

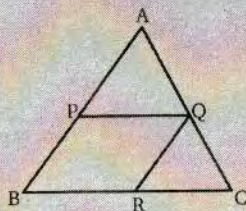
$$x = 16$$

$$\therefore CE = 16 \text{ m}$$

Rpta.: D

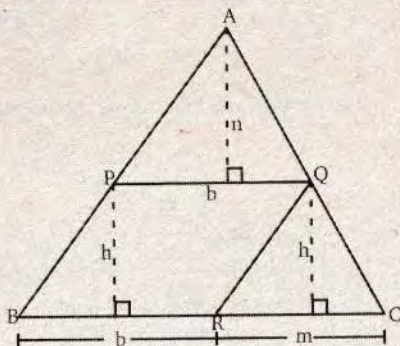
PROBLEMA 22: Las áreas de los triángulos APQ y QRC son 72 m^2 y 50 m^2 , respectivamente. Calcular el área de la región paralelogramática BPQR.

- A) 110 m^2
- B) 130 m^2
- C) 120 m^2
- D) 90 m^2
- E) 140 m^2



Resolución:

Graficando:



Piden: $bh = ?$

Aplicando semejanza de triángulos en PAQ y RQC, tenemos:

$$\rightarrow \frac{n}{h} = \frac{b}{m} \Rightarrow mn = bh \quad \dots\dots(1)$$

Con las áreas: $\Delta RQC: \quad m \frac{h}{2} = 50 \quad \dots\dots(2)$

$\Delta PAQ: \quad b \frac{n}{2} = 72 \quad \dots\dots(3)$

Multiplicando las ecuaciones (2) y (3):

$$\frac{mnbh}{4} = 50 \times 72$$

De la ecuación (1), reemplazando y ordenando convenientemente:

$$(bh)^2 = 4 \times 50 \times 72 = 4 \times 2 \times 25 \times 8 \times 9$$

$$\therefore bh = 120 \text{ m}^2$$

Rpta.: C

PROBLEMA 23: Un rombo de lado 8 cm es tal que uno de sus ángulos internos mide 45° . Calcule el área de la región rombale.

A) $28\sqrt{2} \text{ cm}^2$

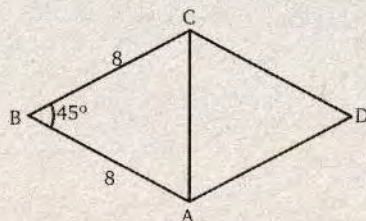
B) $36\sqrt{2} \text{ cm}^2$

C) $30\sqrt{2} \text{ cm}^2$

D) $32\sqrt{2} \text{ cm}^2$

E) $26\sqrt{2} \text{ cm}^2$

Resolución:



En el gráfico podemos aplicar la propiedad de áreas de triángulos:

$$A = \frac{a \times b}{2} \sin \alpha$$

Donde, del gráfico: $a = b = 8 \wedge \alpha = 45^\circ$

$$\text{Área } \triangle_{ABC} = \frac{8 \times 8}{2} \sin 45^\circ$$

$$\text{Área Rombo} = 2(\triangle_{ABC}) = 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \text{Área Rombo} = 32\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

Rpta.: D

PROBLEMA 24: En la figura, $AM = \frac{AC}{4}$; $AB = 4 \text{ m}$; $BC = 5 \text{ m}$; $AC = 6 \text{ m}$. Hallar BM.

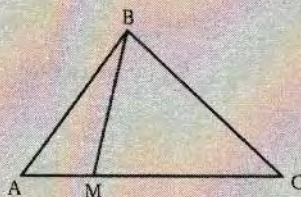
A) $\sqrt{\frac{27}{2}} \text{ m}$

B) $\sqrt{\frac{19}{2}} \text{ m}$

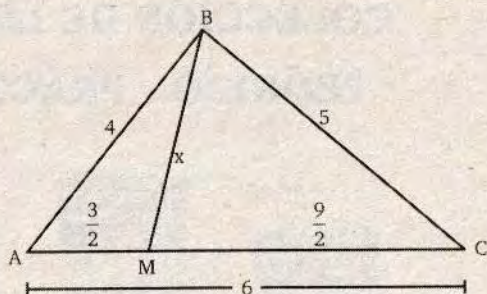
C) $\sqrt{\frac{21}{2}} \text{ m}$

D) $\sqrt{\frac{25}{2}} \text{ m}$

E) $\sqrt{\frac{23}{2}} \text{ m}$



Resolución:



De los datos, podemos aplicar el teorema de Stewart:

$$25 \times \frac{3}{2} + 16 \times \frac{9}{2} = x^2 \times 6 + \frac{3}{2} \times \frac{9}{2} \times 6$$

Simplificando $\frac{75}{2} + 72 = 6x^2 + \frac{81}{2} \rightarrow 6x^2 = 69$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{23}{2}} \text{ m}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 25: Si M, N, P, Q, R son puntos consecutivos de una recta de modo que:

$$NQ + MP + PR = 50 \text{ y } \frac{NQ}{MR} = \frac{2}{3}. \text{ Entonces NQ es:}$$

A) 35

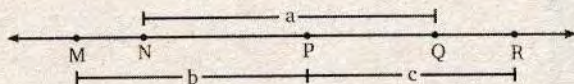
B) 30

C) 15

D) 20

E) 25

Resolución:



De los datos: $a + b + c = 50 \dots (1)$

Además: $\frac{a}{b+c} = \frac{2}{3}$

Resolviendo: $3a = 2(b+c)$

De la ecuación (1): $3a = 2(50 - a) \rightarrow 5a = 100$

$\therefore a = 20$

Rpta.: D

COLECCIÓN DE LIBROS TEÓRICO - PRÁCTICO



FONDO EDITORIAL
RODO



TEMARIO GEOMETRÍA

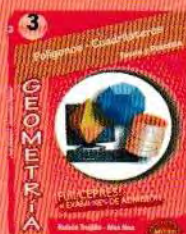
MEZA BRAVO ELVIS



1
Segmentos - Ángulos



2
Triángulos



3
Polígonos - Cuadriláteros



4
Circunferencia



8
Rectas y Planos -
Diedros y Triedros



7
Áreas



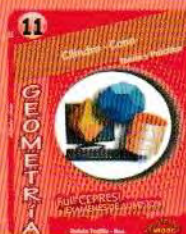
12
Esfera -
Teorema de Pappus



5
Proporcionalidad y Semejanza
Relaciones Métricas en Circunferencia



6
Relaciones Métricas en
Triángulos y Cuadriláteros



11
Cilindro - Cono



14
Conjuntos Convexos



9
Poliedros y Poliedros
Regulares



10
Prisma - Pirámide



13
Polígonos Regulares -
Simetría - Longitud de la Circunferencia